Euklides: Dedomena.

(Die "Data" des Euklid)

Was gegeben ist.

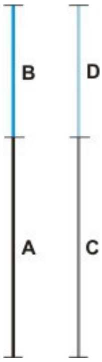
Erklärungen.

1. Die Größe einer Fläche, einer Strecke oder eines Winkels wird als gegeben bezeichnet, wenn eine gleiche Größe aufgefunden werden kann.
2. Ein Verhältnis wird als gegeben bezeichnet, wenn ein gleiches Verhältnis aufgefunden werden kann.
3. Die Konfiguration einer gradlinigen Figur wird als gegeben bezeichnet, wenn die Größen der Winkel und die Verhältnisse der Seiten gegeben sind.
4. Örter von Punkten und Lagen von Geraden und Winkeln werden als gegeben bezeichnet, wenn ihre Positionen festgehalten sind.
5. Die Größe eines Kreises wird als gegeben bezeichnet, wenn die Größe des Radius gegeben ist.
6. Der Ort und die Größe eines Kreises werden als gegeben bezeichnet, wenn der Ort des Mittelpunkts und die Größe des Radius gegeben sind.
7. Die Größe eines Kreisabschnitts wird als gegeben bezeichnet, wenn die Größe des Winkels und die Größe der Grundseite gegeben sind.
8. Der Ort und die Größe eines Kreisabschnitts werden als gegeben bezeichnet, wenn die Größe des Winkels und die Lage und die Größe der Grundseite gegeben sind.
9. Eine Größe ist größer als eine andere, wenn die Größe gegeben ist, nach deren Wegnahme sie der anderen gleich ist.
10. Eine Größe ist kleiner als eine andere, wenn die Größe gegeben ist, mit der zusammen sie der anderen gleich ist.
11. Eine größere Größe als eine, die in einem gegebenen Verhältnis steht, ist gegeben, wenn die Größe gegeben ist, nach deren Wegnahme sie im gleichen Verhältnis steht.
12. Eine kleinere Größe als eine, die in einem gegebenen Verhältnis steht, ist gegeben, wenn die Größe gegeben ist, mit der zusammen sie im gleichen Verhältnis steht.

I.

Ein Verhältnis ist gegeben, wenn die Größen gegeben sind, die im Verhältnis stehen.

Wenn die Größen A, B gegeben sind, dann, sage ich, ist das Verhältnis, in dem A zu B steht, gegeben.



Denn ist die Größe A gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei C.

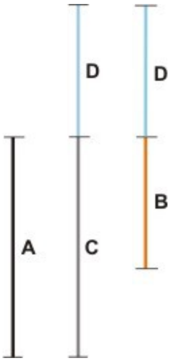
Ist auch die Größe B gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei D. Da A der C und da B der D gleich ist, verhält sich A zu C wie B zu D und somit verhält sich A zu B wie C zu D.

Deshalb ist das Verhältnis, in dem A zu B steht, gegeben, denn es kann das ihm gleiche Verhältnis, in dem C zu D steht, gefunden werden, was zu zeigen war.

II.

Die in einem Verhältnis stehende Größe ist gegeben, wenn die andere Größe und das Verhältnis gegeben ist, in dem sie stehen.

Wenn zu der gegebenen Größe A das Verhältnis gegeben ist, in dem sie zu einer Größe B steht, dann, sage ich, ist die Größe B gegeben.



Denn ist die Größe A gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei C.

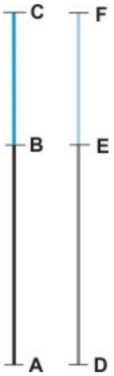
Ist das Verhältnis, in dem A zu B steht, gegeben, dann ist ein Verhältnis aufzufinden, das ihm gleich ist und in dem C steht.
Es stehe im gefundenen Verhältnis C zu D.

Es verhält sich dann A zu B wie C zu D und somit verhält sich A zu C wie B zu D. Da A der C gleich ist, ist B der D gleich.
Deshalb ist die Größe B gegeben, denn es kann die ihr gleiche Größe D gefunden werden.

III.

Eine zusammengesetzte Größe ist gegeben, wenn die Größen gegeben sind, aus denen sie zusammengesetzt ist.

Wenn beliebige Größen AB, BC gegeben sind, dann, sage ich, ist die aus AB, BC zusammengesetzte Größe AC gegeben.

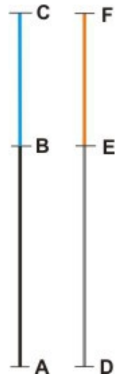


Denn ist die Größe AB gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei DE.
Ist auch die Größe BC gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei EF.
Da die AB der DE und da BC der EF gleich ist, ist AC der DF gleich.

Deshalb ist die zusammengesetzte Größe AC gegeben, denn es kann die ihr gleiche Größe DF gefunden werden.

IV.

Eine restliche Größe ist gegeben, wenn die ganze Größe und die Größe gegeben ist, die wegzunehmen ist.



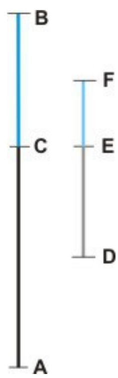
Wenn von der gegebenen Größe AC die gegebene Größe AB wegzunehmen ist, dann, sage ich, ist der Rest CB gegeben.

Denn ist die Größe AC gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei DF. Ist auch die Größe AB gegeben, dann ist eine ihr gleiche Größe aufzufinden. Die gefundene Größe sei DE. Da AB der DE und da BC der EF gleich ist, ist BC der EF gleich.

Deshalb ist der Rest CB gegeben, denn es kann die ihm gleiche Größe EF gefunden werden.

V.

Das Verhältnis einer Größe zu einem ihrer Teile ist gegeben, wenn ihr Verhältnis zum übrigen Teil gegeben ist.



Wenn die Größe AB zu einem ihrer Teile AC in einem gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, ist das Verhältnis gegeben, in dem sie zum übrigen Teil BC steht.

Denn zu einer gegebenen Größe DF ist, da das Verhältnis der Größen AC zu AB gegeben ist, das gleiche Verhältnis FD zu DE aufzufinden.

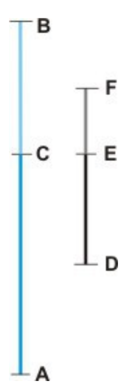
Ist FD gegeben, dann ist DE gegeben. Damit ist auch die übrige Größe EF gegeben [wie II.]. Ist DF gegeben, dann ist das Verhältnis DF zu FE [wie I.] gegeben. Wie sich DF zu DE verhält, so verhält sich AB zu AC. Also verhält sich DF zu FE wie AB zu CB.

Deshalb ist das Verhältnis AB zu BC gegeben, denn es kann das ihm gleiche Verhältnis DF zu FE gefunden werden.

VI.

Die Verhältnisse, in denen eine Größe zu ihren Teilen steht, sind gegeben, wenn das Verhältnis der Teile zueinander gegeben ist.

Wenn die beiden Größen AC, CB in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann, sage ich, sind die Verhältnisse gegeben, in denen AB zu AC, CB steht.



Denn zu einer gegebenen Größe DE ist, wenn das Verhältnis der Größen AC zu CB gegeben ist, das gleiche Verhältnis DE zu EF aufzufinden.

Damit ist das Verhältnis DE zu EF [wie I.] und ist jede der Größen DE, EF [wie II.] und die zusammengesetzte Größe DF [wie III.] gegeben.

Es sind damit auch die beiden Verhältnisse von DF zu jeder der DE, EF [wie V.] gegeben. Es verhält sich AC zu CB wie DF zu FE und verhält sich, in den vergrößerten Verhältnissen, AB zu BC wie DE zu EF und, in den Verhältnissen zu den übrigen Teilen, AB zu AC wie DF zu DE.

Da zu jedem der Verhältnisse AB zu AC, CB ein gleiches Verhältnis DF zu DE, EF aufzufinden ist, sind deshalb die Verhältnisse AB zu AC, CB gegeben.

VII.
Die Größe von Teilen ist gegeben, wenn das Verhältnis der Teile der geteilten Größe zueinander gegeben ist.

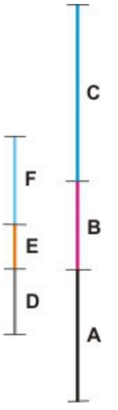
Wenn die gegebene Größe AB im gegebenen Verhältnis AC zu CB geteilt wird, dann, sage ich, ist jede der Größen AC, CB gegeben.

Denn ist das Verhältnis von AC zu CB gegeben, dann sind die Verhältnisse von AB zu AC, CB gegeben [wie VI.].

Ist AB gegeben, dann sind deshalb die beiden Größen AC, CB gegeben [wie II.].

VIII.
Das Verhältnis von Größen ist gegeben, wenn die Verhältnisse gegeben sind, in denen die Größen zur gleichen Größe stehen.

Wenn die Größen A, C zur Größe B in gegebenen Verhältnissen stehen, dann, sage ich, ist das Verhältnis A zu C gegeben.



Denn ist das Verhältnis von A zu B gegeben, dann ist zu einer gegebenen Größe D das gleiche Verhältnis aufzufinden, in dem die beiden Größen D, E stehen. Ist D gegeben, dann ist E gegeben.

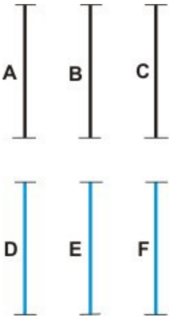
Ist das Verhältnis B zu C gegeben, dann ist zur Größe E das gleiche Verhältnis E zu F aufzufinden. Damit ist die Größe F gegeben.
Ist D gegeben, dann ist das Verhältnis D zu F gegeben. Wie sich A zu B verhält, so verhält sich D zu E. Wie sich B zu C verhält, so verhält sich E zu F.

Aufgrund Gleichheit verhält sich somit A zu C wie D zu F.

Ist das Verhältnis D zu F gegeben, dann ist deshalb das Verhältnis A zu C gegeben.

IX.
Die Verhältnisse, in denen zwei oder mehr Größen zueinander stehen, sind gegeben, wenn die Verhältnisse gegeben sind, in denen die Größen zu gleich vielen anderen und in denen diese zueinander stehen.

Wenn zwei oder mehr Größen, A, B, C, in gegebenen Verhältnissen stehen und sie zu ebenso vielen anderen Größen, D, E, F, in gegebenen, wenn auch nicht gleichen, Verhältnissen stehen, dann, sage ich, sind die Verhältnisse gegeben, in denen D, E, F stehen.



Denn wenn das Verhältnis A zu B und das Verhältnis A zu D gegeben ist, dann ist das Verhältnis D zu B gegeben [wie VIII.].
Ist das Verhältnis B zu E gegeben, ist somit das Verhältnis D zu E gegeben.

Ist das Verhältnis B zu C gegeben und ist das Verhältnis B zu E gegeben, dann ist das Verhältnis E zu C gegeben. Ist auch das Verhältnis C zu F gegeben, dann ist das Verhältnis E zu F gegeben.

Deshalb sind die Verhältnisse gegeben, in denen die Größen D, E, F stehen.

X.

Ist eine Größe um eine gegebene Größe größer als die, die zu einer anderen in einem gegebenen Verhältnis steht, dann ist die Größe gegeben, um die sie zusammen mit der anderen größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis zur anderen Größe steht und

sind zwei Größen zusammen um eine gegebene Größe größer als die, die zu einer der beiden Größen in einem gegebenen Verhältnis steht, dann ist entweder die Größe gegeben, um die die eine der beiden Größen größer ist als die, die zur anderen im gegebenen Verhältnis steht, oder es ist die Größe gegeben, die um die eine der beiden Größen größer ist als die, die zur anderen im gegebenen Verhältnis steht.

Wenn die Größe AB größer ist als die Größe, die zu BC in einem gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, ist die Größe gegeben, um die AC größer ist als die, die zu CB im gegebenen Verhältnis steht.

Denn ist AB größer als die Größe, die zu BC in einem gegebenen Verhältnis steht, dann sei sie um BD größer.
Damit ist das Verhältnis der restlichen Größe AD zu CB das bereits gegebene Verhältnis.

Da die Größe BD gegeben ist, ist dann das Verhältnis CA zu CB gegeben, wobei CA um CD größer ist als AD, das zu CB im bereits gegebenen Verhältnis steht.

Ist aber AC um eine gegebene Größe größer als die, die zu CB in einem gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, ist entweder die Größe gegeben, um die AB größer ist als die, die zu BC im gegebenen Verhältnis steht oder es ist die Größe gegeben, die um AB größer ist als die, die zu BC im gegebenen Verhältnis steht.

Denn ist AC um eine gegebene Größe größer als die Größe, die zu BC in einem gegebenen Verhältnis steht, dann kann diese Größe weggenommen werden, wobei die von AB verbleibende Größe entweder größer oder nicht größer ist als AB.

Ist sie nicht größer als AB, dann verbleibe die Größe DC, womit das Verhältnis der Größe DB zu BC gegeben ist.
Also ist DB die Größe, um die DC größer ist als die Größe CB, zu der DC im gegebenen Verhältnis steht.

Ist sie aber größer als AB, dann verbleibe die Größe EC, womit das Verhältnis EC zu CB und das umgekehrte Verhältnis BC zu CE gegeben ist.
Damit ist das Verhältnis BC zu BE und kann die Größe EB gegeben.

Deshalb ist BE die Größe, um die BC größer ist als die Größe EC, die zu BC im gegebenen Verhältnis steht.

XI.

Ist eine Größe um eine gegebene Größe, die zu einer anderen in einem gegebenen Verhältnis steht, größer als diese und ist ihr Verhältnis zu der Größe gegeben, um die sie größer ist, dann ist das Verhältnis der Größe, um die sie größer ist, zu den beiden anderen Größen zusammen gegeben

und

ist eine von zwei Größen um eine gegebene Größe größer als die andere, deren Verhältnis zu den beiden Größen zusammen gegeben ist, dann ist ihr Verhältnis zu den beiden Größen gegeben.

Wenn die Größe AB um eine gegebene Größe größer ist BC, die zu ihr in einem gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, ist das Verhältnis gegeben, in dem die Größe, um die AB größer ist, zu AC steht.

Denn ist AB größer als die Größe, die zu BC in einem gegebenen Verhältnis steht, dann sei sie um AD größer. Damit ist das Verhältnis DB zu BC gegeben und es ist mit dem umgekehrten Verhältnis BC zu DB auch das Verhältnis CD zu DB gegeben.

Ist das Verhältnis DC zu DB gleich dem Verhältnis AD zu DE, ist damit das Verhältnis AD zu DE gegeben.

Da AD gegeben ist und das Verhältnis AD zu DE gegeben ist, ist DE und ist das restliche AE gegeben.

Da sich AD zu DE verhält wie DC zu DB, verhält sich AC zu EB wie DC zu DB. Damit ist das Verhältnis AC zu EB und das umgekehrte Verhältnis EB zu AC gegeben.

Da AE gegeben ist, ist deshalb das Verhältnis, in dem EB, die Größe um die AB größer ist als AE, zu AC steht, gegeben.

Ist aber BA um eine gegebene Größe größer als AC und steht zu ihr in einem gegebenen Verhältnis, dann, sage ich, ist die Größe gegeben, um die AB größer ist als die Größe, die zu BC im gegebenen Verhältnis steht und ihr Verhältnis zu AC ist damit gegeben.

Denn ist AB größer als die Größe, zu der AC in einem gegebenen Verhältnis steht, dann sei sie um AE größer. Somit ist das Verhältnis EB zu AC gegeben und es ist damit das Verhältnis AC zu EB gegeben.

Verhält sich AC zu EB wie AD zu DE, ist das Verhältnis AD zu DE und das Verhältnis DA zu AE und das umgekehrte Verhältnis AE zu AD gegeben. AE ist gegeben, also ist AD gegeben.

Es verhält sich AC zu EB wie AD zu DE und damit verhält sich CD zu DB wie AC zu EB und es ist, da das Verhältnis AC zu EB gegeben ist, das Verhältnis DC zu DB und das Verhältnis DB zu BC gegeben.

Da AD gegeben ist, ist somit DB, die Größe um die AB größer ist als AD, und ihr Verhältnis zu BC gegeben.

XII.

Sind zu drei Größen die Summe der ersten mit der zweiten und die Summe der zweiten mit der dritten gegeben, dann ist entweder die erste gleich der dritten Größe oder es ist die eine um eine Größe, die gegeben ist, größer als die andere.

Wenn zu den drei Größen AB, BC, CD die Summe aus AB und BC, nämlich AC, und die Summe aus BC und CD, nämlich BD, gegeben ist, dann, sage ich, ist die Größe AB gleich der Größe CD oder es ist die eine um eine Größe, die gegeben ist, größer als die andere.

Denn da die Größen AC, BD gegeben sind, sind sie entweder gleich oder ungleich. Ist AC gleich BD, dann kann von beiden die Größe BC weggenommen werden. Es ist dann die verbleibende AB gleich der verbleibenden CD.

Sind aber AC, BD ungleich, dann sei AC größer als BD und es sei die Größe CE gleich BD. Ist BD gegeben, dann ist auch CE gegeben.
Ist die ganze AC gegeben, dann ist die ergänzende AE gegeben.

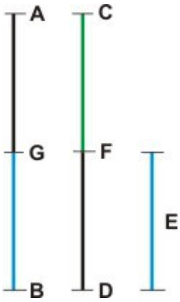
Da EC gleich BD ist, kann von beiden die Größe BC weggenommen werden.
Es ist dann die verbleibende BE gleich der verbleibenden CD.

Deshalb ist AE die Größe, um die AB größer ist als die Größe CD, und ist somit gegeben.

XIII.

Ist zu drei Größen das Verhältnis der ersten zur zweiten gegeben und ist die zweite um eine gegebene Größe größer als die Größe, die zur dritten in einem gegebenen Verhältnis steht, dann ist die Größe gegeben, um die die erste Größe größer ist als die, die zur dritten in diesem gegebenen Verhältnis steht.

Ist zu den drei Größen AB, CD, E das Verhältnis AB zu CD gegeben und ist CD um eine gegebene Größe größer als eine Größe, die zu E im gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, ist die Größe gegeben, um die AB größer als die, die zu E in diesem gegebenen Verhältnis steht.



Denn ist CD um eine gegebene Größe größer als eine Größe, die zu E im gegebenen Verhältnis steht, dann sei diese Größe CF. Es steht somit DF zu E im gegebenen Verhältnis und es ist DF gegeben.

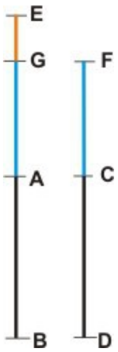
Da das Verhältnis AB zu CD gegeben ist, kann ein gleiches Verhältnis AG zu CF gefunden werden und somit gegeben, womit auch AG gegeben ist.
Dadurch ist auch die ergänzende GB gegeben.
Da das Verhältnis DF zu E das gegebene Verhältnis ist, ist das Verhältnis GB zu E gegeben.

Mit GB ist deshalb die Größe gegeben, um die AB größer ist als DF, die zu E im gegebenen Verhältnis steht.

XIV.

Wird zu jeder von zwei Größen, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, eine gegebene Größe hinzugefügt, dann stehen sie mit diesen zusammen entweder im gegebenen Verhältnis oder in einem Verhältnis, zu dem die Größe, um die die andere zusammengesetzte Größe größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis steht, gegeben ist.

Wenn die Größen AB, CD in einem gegebenen Verhältnis stehen und zu jeder eine der gegebenen Größen AE, CF hinzugefügt wird, dann, sage ich, stehen die Größen EB, FD entweder im gegebenen Verhältnis oder in einem Verhältnis, zu dem die Größe, um die EB größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis zur FD steht, gegeben ist.



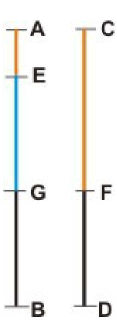
Denn da die Größen EA, FC gegeben sind, ist das Verhältnis EA zu FC gegeben. Da das Verhältnis AB zu CD gegeben ist, ist somit das Verhältnis der zusammengesetzten Größe EB zur Größe FD gegeben. Ist nun ein Verhältnis GA zu FC nicht gleich dem Verhältnis AB zu CD, dann kann es gefunden werden und somit gegeben. Da die Größe FC gegeben ist, ist damit auch die Größe GA gegeben. Da die Größe EA gegeben ist, ist auch die Größe EG gegeben. Da das Verhältnis AB zu CD gleich dem Verhältnis GA zu FC ist, ist das Verhältnis GB zu FD das gegebene Verhältnis. Dazu ist die Größe EG gegeben.

Deshalb ist zum Verhältnis, in dem die Größe EB zur Größe FD steht, die Größe EG gegeben, um die die zusammengesetzte Größe EB größer ist als die Größe GB, die zu FD im gegebenen Verhältnis steht.

XV.

Wird von jeder von zwei Größen, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, eine gegebene Größe weggenommen, dann stehen die restlichen Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder in einem Verhältnis, zu dem die Größe, um die die eine restliche Größe größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis steht, gegeben ist.

Wenn die Größen AB, CD in einem gegebenen Verhältnis stehen, und von AB die gegebene Größe AE und von CD die gegebene Größe CF weggenommen werden, dann, sage ich, stehen die restlichen Größen EB, FD entweder im gegebenen Verhältnis oder in einem Verhältnis, zu dem die Größe, um die EB größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis zu FD steht, gegeben ist.



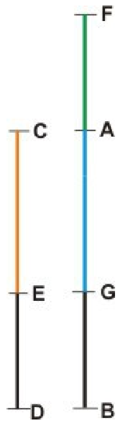
Denn da die Größen AE, CF gegeben sind, ist das Verhältnis AE zu CF gegeben. Da das Verhältnis AB zu CD gegeben ist, ist somit das Verhältnis der restlichen Größe EB zur restlichen Größe FD gegeben. Ist nun ein Verhältnis AG zu CF nicht gleich dem Verhältnis AB zu CD, dann kann es gefunden werden und somit gegeben. Da die Größe FC gegeben ist, ist damit auch die Größe GA gegeben. Da die Größe EA gegeben ist, ist auch die Größe EG gegeben. Das Verhältnis AB zu CD ist gleich dem Verhältnis AG zu CF, womit auch die restliche GB zur restlichen FD in einem, dem gegebenen Verhältnis gleichen, Verhältnis stehen.

Ist die Größe EG gegeben, ist deshalb das Verhältnis EG zu FD gegeben, wobei die Größe EB um die Größe EG größer ist als die Größe GB, die zu FD im gegebenen Verhältnis steht.

XVI.

Wird von einer von zwei Größen, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, eine gegebene Größe weggenommen und wird zur anderen eine gegebene Größe hinzugefügt, dann ist das Verhältnis gegeben, in dem die zusammengesetzte Größe der einen zur restlichen Größe der anderen steht.

Wenn die beiden Größen AB, CD in einem gegebenen Verhältnis stehen und von der Größe CD die gegebene Größe CE weggenommen wird, zur Größe AB aber die gegebene Größe FA hinzugefügt wird, dann, sage ich, ist das Verhältnis der ganzen FB zur restlichen ED gegeben.



Denn da das Verhältnis AB zu CD und die Größe CE gegeben ist, kann das ihm gleiche Verhältnis AG zu CE gefunden werden, das somit gegeben ist. Damit ist die Größe AG gegeben.
Da die Größe AF gegeben ist, ist damit FG gegeben.

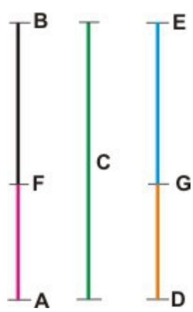
Das Verhältnis AB zu CD ist gleich dem Verhältnis AG zu CE, womit das Verhältnis der restlichen Größen GB zu ED gegeben ist, das dem gegebenen gleich ist.

Ist FG gegeben, ist deshalb das Verhältnis der größeren Größe FB zur Größe ED gegeben.

XVII.

Ist die eine von drei Größen um eine gegebene Größe größer als die, die zur zweiten in einem gegebenen Verhältnis steht, und ist auch die dritte Größe um eine gegebene Größe größer als die, die zur zweiten im gegebenen Verhältnis steht, dann steht die erste zur dritten Größe entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn von den drei Größen AB, C, DE die Größen AB, DE um eine gegebene Größe größer sind als die Größe, die zu C in einem gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, steht AB zu DE entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.



Denn ist die Größe DE um eine gegebene Größe größer ist als die Größe, die zu C in einem gegebenen Verhältnis steht, dann kann diese Größe weggenommen werden; es sei diese Größe DG.

Damit ist das Verhältnis der restlichen Größe GE zu C gegeben.

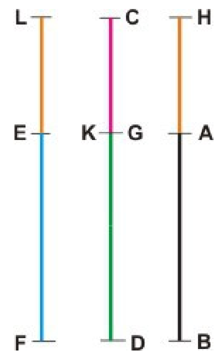
Aus den gleichen Gründen ist das Verhältnis FB zu C gegeben.
Somit sind die ergänzenden Größen AF, DG gegeben.

Deshalb steht die damit zusammensetzbare Größe AB zu DE entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.

XVIII.

Ist eine von drei Größen um gegebene Größen größer als die Größen, die zu den beiden anderen Größen in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann stehen die beiden anderen Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn von den drei Größen AB, CD, EF eine von ihnen, CD um gegebene Größen größer ist als die Größen, die zu AB, EF in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann, sage ich, steht AB zu EF entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.



Denn ist die Größe CD um eine gegebene Größe größer als die Größe, die zu AB im gegebenen Verhältnis steht, dann kann diese Größe weggenommen werden; es sei diese Größe CG.
Damit ist das Verhältnis der restlichen Größe GD zu AB das gegebene Verhältnis.

Da CG gegeben ist, kann das dem gegebenen gleiche Verhältnis CG zu AH gefunden werden, das somit gegeben ist.
Damit ist die Größe AH gegeben. Es ist damit das Verhältnis der zusammengesetzten Größe CD zu HB gegeben.

Ist nun die Größe CD um eine gegebene Größe größer als die Größe, die zu EF im gegebenen Verhältnis steht, dann kann diese Größe weggenommen werden; es sei diese Größe CK. Damit steht die restliche Größe KD zu EF im gegebenen Verhältnis.

Da CK gegeben ist, kann das dem gegebenen gleiche Verhältnis CK zu LE gefunden werden, das somit gegeben ist. Damit ist die Größe LE gegeben.

Ist das Verhältnis der Größen CD zu HB gegeben, ist das Verhältnis HB zur zusammengesetzten Größe LF gegeben.

Sind die Größen HA, LE gegeben, dann stehen deshalb die Größen AB, EF entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.

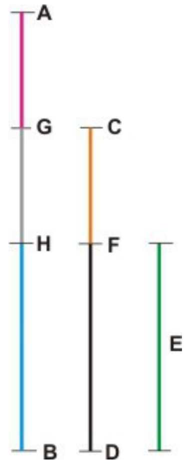
XIX.

Ist von drei Größen die erste um eine gegebene Größe größer als die, die zur zweiten in einem gegebenen Verhältnis steht, und ist die zweite um eine gegebene Größe größer als die, die zur dritten im gegebenen Verhältnis steht, dann ist die erste um eine Größe, die gegeben ist, größer als die, die zur dritten Größe ins Verhältnis zu setzen ist.

Wenn von den drei Größen AB, CD, E die Größe AB um eine gegebene Größe größer ist als die, die zu CD in einem gegebenen Verhältnis steht, und wenn die Größe CD um eine gegebene Größe größer ist als die, die zu E im gegebenen Verhältnis steht, dann, sage ich, ist AB um eine Größe, die gegeben ist, größer als die Größe, die zu E ins Verhältnis zu setzen ist.

Denn ist CD um eine gegebene Größe größer als die, die zu E in einem gegebenen Verhältnis steht, dann kann diese Größe weggenommen werden; es sei diese Größe CF. Damit ist das Verhältnis der restlichen FD zu E das gegebene Verhältnis.

Ist AB um eine gegebene Größe größer als die, die zu CD im gegebenen Verhältnis steht, dann kann diese Größe weggenommen werden; es sei diese Größe AG. Damit ist das Verhältnis der restlichen GB zu CD das gegebene Verhältnis.



Da CF gegeben ist, dann ist das dem gegebenen gleiche Verhältnis GH zu CF gefunden und somit gegeben. Somit ist die Größe GH gegeben. Da GA gegeben ist, ist damit die zusammengesetzte Größe HA gegeben.

Das Verhältnis GB zu CD ist gleich dem Verhältnis GH zu CF, womit das Verhältnis der restlichen HB zur restlichen FD das gegebene Verhältnis ist.
Da das Verhältnis FD zu E das gegebene Verhältnis ist, ist somit das Verhältnis HB zu E gegeben.

Die Größe AB ist deshalb um AH größer als die Größe HB, die zu E ins Verhältnis zu setzen ist.

XX.

Sind von zwei gegebenen Größen jeweils Größen weggenommen, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann stehen die restlichen Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht zur anderen als größere Größe in einem Verhältnis, das damit gegeben ist.

Wenn von beiden gegebenen Größen AB, CD die Größen AE, CF, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, weggenommen werden, dann, sage ich, stehen die restlichen Größen EB, FD entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht zur anderen als größere Größe in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Denn da die Größen AB, CD gegeben sind, ist das Verhältnis AB zu CD gegeben.
Da das Verhältnis AE zu CF gegeben ist, ist damit das Verhältnis der restlichen EB zur restlichen FD gegeben, es ist gleich dem gegebenen Verhältnis, wenn auch AB zu CD im gegebenen Verhältnis steht.

Wenn aber nicht, kann das dem Verhältnis EA zu CF gleiche Verhältnis AG zu CD gefunden werden, das damit gegeben ist. Damit ist die Größe AG gegeben. Die Größe AB ist gegeben, womit die restliche Größe GB gegeben ist.

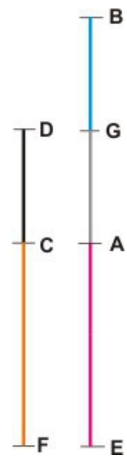
Da das Verhältnis AE zu CF gleich dem Verhältnis AG zu CD ist, ist dann das Verhältnis der restlichen GE zur restlichen DF gegeben.

Die Größe EB steht damit entweder im gegebenen Verhältnis oder als größere Größe in einem damit gegebenen Verhältnis zur Größe FD.

XXI.

Sind zwei gegebenen Größen jeweils Größen hinzugefügt, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann stehen die zusammengesetzten Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht zur anderen als größere Größe in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn den gegebenen Größen AB, CD die Größen AE, CF, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, hinzugefügt werden, dann, sage ich, stehen die zusammengesetzten Größen EB, FD entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht zur anderen als größere Größe in einem Verhältnis, das gegeben ist.



Denn da die Größen AB, CD gegeben sind, ist das Verhältnis AB zu CD gegeben.

Da das Verhältnis AE zu CF das gegebene ist, ist das Verhältnis der zusammengesetzten EB zur zusammengesetzten FD gegeben, es ist gleich dem gegebenen Verhältnis wenn auch AB zu CD im gegebenen Verhältnis steht.

Wenn aber nicht, kann das dem Verhältnis AE zu CF gleiche Verhältnis AG zu CD gefunden werden, das damit das gegebene ist.
Ist die Größe CD gegeben, ist die Größe GA gegeben.
Da die Größe AB gegeben ist, ist die restliche Größe GB gegeben.

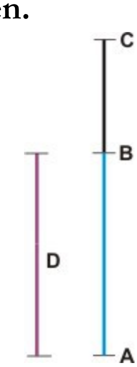
Das Verhältnis EA zu FC ist gleich dem Verhältnis AG zu CD, womit das Verhältnis der zusammengesetzten Größe EG zur zusammengesetzten Größe FD gegeben ist.

Ist die Größe GB gegeben, ist deshalb die Größe EB gegeben, die als größere Größe im Verhältnis zu FD steht.

XXII.

Stehen zwei Größen zu einer anderen Größe in einem gegebenen Verhältnis, dann ist das Verhältnis gegeben, in dem sie zusammen zu der anderen Größe stehen.

Wenn die Größen AB, BC zu einer Größe D in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann, sage ich, ist das Verhältnis AC zu D gegeben.



Denn da die Größen AB, BC, D gegeben sind, ist das Verhältnis AB zu BC gegeben. Somit ist das vergrößerte Verhältnis AC zu BC gegeben.

Da das Verhältnis BC zu D gegeben ist, ist deshalb das Verhältnis AC zu D gegeben.

XXIII.

Stehen zwei Größen in einem gegebenen Verhältnis und sind auch die Verhältnisse der Teile der einen zu den Teilen der anderen gegeben, dann sind die Verhältnisse aller Größen untereinander gegeben.

Wenn die Größe AB zur Größe CD in einem gegebenen Verhältnis steht und die Verhältnisse der Teile AE, EB zu den Teilen CF, FD gegeben sind, dann, sage ich, sind alle Verhältnisse dieser Größen untereinander gegeben.

Denn da das Verhältnis AE zu CF gegeben ist, kann das ihm gleiche Verhältnis AB zu CG gefunden werden, das damit gegeben ist.

Somit ist das Verhältnis der restlichen Größe EB zur restlichen Größe FG gegeben. Da das Verhältnis EB zu FD gegeben ist, ist damit das Verhältnis FD zu FG und ist das Verhältnis FD zu DG gegeben. Sind die Verhältnisse der Größe AB zu jeder der Größen DC, CG gegeben, ist das Verhältnis DC zu CG gegeben. Damit ist das Verhältnis CD zu DG gegeben.

Ist GD zu DF gegeben, ist somit das Verhältnis CD zu DF und ist damit das Verhältnis CF zu FD gegeben. Ist das Verhältnis CF zu AE gegeben, ist das Verhältnis FD zu BE gegeben.

Also sind die Verhältnisse aller Größen untereinander gegeben.

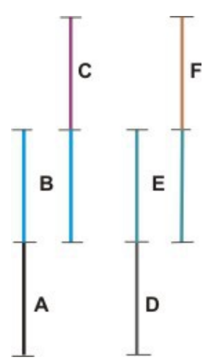
XXIV.

Stehen drei Strecken in gleicher Proportion und ist das Verhältnis der ersten Strecke zur dritten gegeben, dann ist ihr Verhältnis zur zweiten gegeben.

Wenn bei drei Strecken A, B, C das Verhältnis A zu B dem Verhältnis B zu C gleich und das Verhältnis A zu C gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis A zu B gegeben.

Denn da das Verhältnis A zu C gegeben ist, kann zu einer beliebigen Strecke D das ihm gleiche Verhältnis D zu F gefunden werden, das damit gegeben ist.
Ist D gegeben, ist damit F gegeben.

Steht zu den Strecken D, F die Strecke E in fortlaufend gleicher Proportion [wie Stoicheia VI.13], dann ist das Rechteck aus D mit F gleich dem Quadrat über E.



Sind die Strecken D, F gegeben, ist das Rechteck aus D mit F gegeben.

Damit ist das Quadrat über E und damit die Strecke E gegeben.
Ist D gegeben, ist das Verhältnis D zu E gegeben.

Das Verhältnis A zu C ist gleich D zu F und ist gleich dem Verhältnis des Quadrats über A zum Rechteck aus A mit C.

Es verhält sich D zu F wie das Quadrat über D zum Rechteck aus D mit F und es verhält sich somit das Quadrat über A zum Rechteck aus A mit C wie das Quadrat über D zum Rechteck aus D mit F [wie Stoicheia VI.17].

Da das Rechteck aus A mit C gleich dem Quadrat über B und da das Rechteck aus D mit F gleich dem Quadrat über E ist, verhält sich das Quadrat über A zum Quadrat über B wie das Quadrat über D zum Quadrat über E.
Damit verhält sich A zu B wie D zu E [wie Stoicheia VI.22].

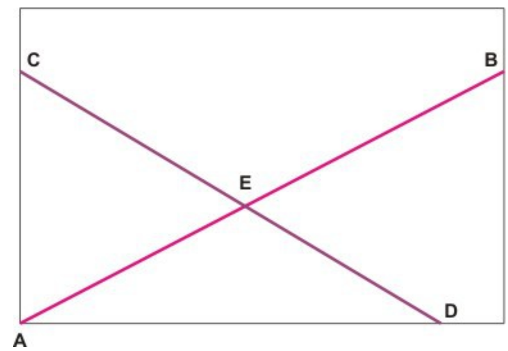
Ist das Verhältnis D zu E gegeben, ist deshalb das Verhältnis A zu B gegeben.

Anmerkung:

Da $A : B = B : C$, oder $A : B : C$, ist mit $C \cdot r = A$ und $A : C = r$, dann $A : B = r^{½}$.

In der Form $1 : a^{½} : a$ wird die Intervallschachtelung der Quadratwurzel dargestellt.
Zum Beispiel: $1 : 2^{½} : 2$, $4/3 : 2^{½} : 3/2$, $14/10 : 2^{½} : 10/7$ …

XXV.
Der Schnittpunkt zweier sich schneidender Geraden, deren Lagen gegeben sind, ist gegeben.

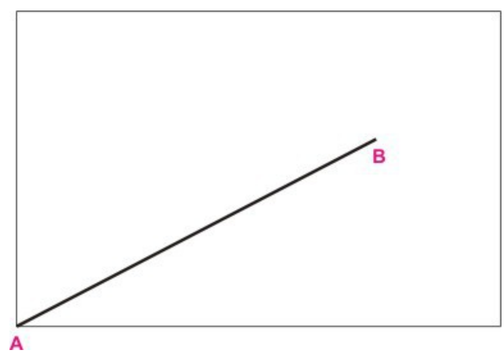


Wenn die Lagen der beiden, sich im Punkt E schneidenden Geraden AB, CD gegeben sind, dann, sage ich, ist der Punkt E gegeben.

Denn wenn nicht, liegt der Punkt E an einem anderen Ort. Dann liegt auch eine der Geraden AB, CD woanders, was nicht möglich ist.

Deshalb ist der Punkt E gegeben.

XXVI.
Sind die Örter der Endpunkte einer Strecke gegeben, dann sind Ort und Größe der Strecke gegeben.



Wenn die Örter der Endpunkte A, B einer Strecke gegeben sind, dann, sage ich, sind der Ort und die Größe der Strecke AB gegeben.

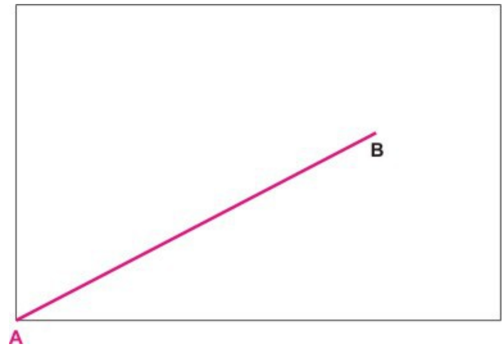
Denn wenn der Punkt A festgehalten wird und die Strecke AB an einem anderen Ort liegt oder eine anderer Größe hat, dann liegt der Punkt B an einem anderen Ort.

Dies ist nicht möglich, also sind Ort und Größe der Strecke AB gegeben.

XXVII.

Ist ein Endpunkt einer mit Ort und Größe gegebenen Strecke gegeben, dann ist der andere Endpunkt gegeben.

Wenn zu der mit Ort und Größe gegebenen Strecke AB der Endpunkt A gegeben ist, dann, sage ich, ist der Endpunkt B gegeben.



Denn wenn der Punkt A festgehalten wird und der Punkt B an einem anderen Ort liegt, dann liegt auch die Strecke AB an einem anderen Ort oder hat eine andere Größe.

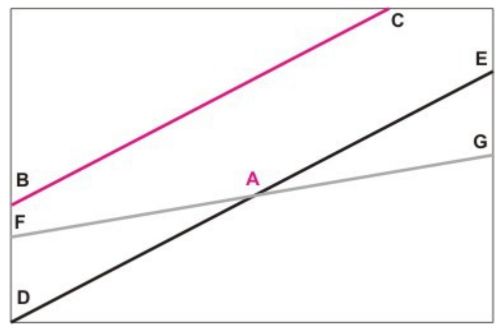
Dies ist nicht möglich, also ist der Ort des Punktes B gegeben.

XXVIII.

Die Lage einer Gerade durch einen gegebenen Punkt, die einer gegebenen Geraden parallel ist, ist gegeben.

Wenn die Gerade DAE, die der gegebenen Geraden BC parallel ist, durch den gegebenen Punkt A geht, dann, sage ich, ist die Lage der DAE gegeben.

Denn wenn nicht, dann liegt bei festgehaltenem Punkt A die Gerade DAE nicht parallel zur Geraden BC. Sie sei dann gleich FAG und der BC parallel.



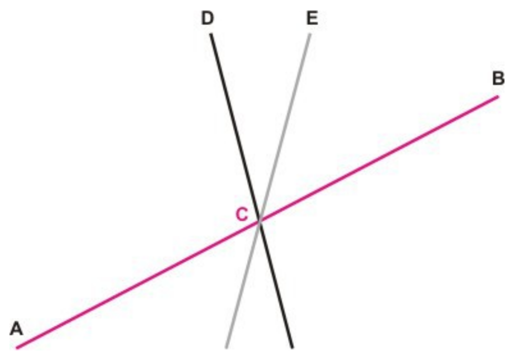
Da BC der DAE parallel ist, ist dann DAE der GAF parallel. Da sie sich dann schneiden, ist dies nicht möglich.

Deshalb liegt die Gerade DAE parallel zu BC und es ist ihre Lage gegeben.

XXIX.

Liegt durch einen gegebenen Punkt auf einer Geraden, deren Lage gegeben ist, eine andere Gerade, die einen gegebenen Winkel bildet, dann ist ihre Lage gegeben.

Wenn durch den gegebenen Punkt C auf der Geraden AB, deren Lage gegeben ist, die Gerade CD gelegt wird, die mit ihr den Winkel BCD bildet, dann, sage ich, ist die Lage der Geraden CD gegeben.



Denn wenn nicht, dann liegt die Gerade CD bei festgehaltenem Punkt C nicht so, dass sie mit der Geraden AB den Winkel BCD bildet.

Liegt sie wie CE, dann ist der Winkel DCB gleich dem Winkel ECB, der größere gleich dem kleineren, was nicht möglich ist. Also liegt sie nicht anders als DC.

Deshalb ist die Lage der Geraden CD gegeben.

XXX.

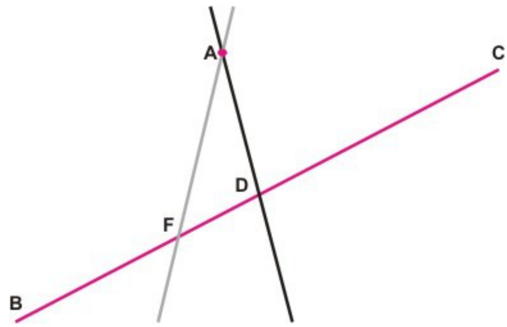
Die Lage einer Geraden, die durch einen gegebenen Punkt so gelegt wird, dass sie mit einer gegebenen Geraden einen gegebenen Winkel bildet, ist gegeben.

Wenn die Gerade AD durch den gegebenen Punkt A so gelegt wird, dass sie mit der gegebenen Geraden BC den gegebenen Winkel ADC bildet, dann, sage ich, ist die Lage der AD gegeben.

Denn wenn nicht, dann liegt die Gerade AD bei festgehaltenem Punkt A so, dass sie nicht mit der Geraden BC den Winkel ADC bildet.

Liegt sie wie AF, dann ist der Winkel ADC gleich dem Winkel AFC, der größere gleich dem kleineren, was nicht möglich ist.
Also liegt sie nicht anders als AD.

Deshalb ist die Lage der Geraden AD gegeben.



XXXI.

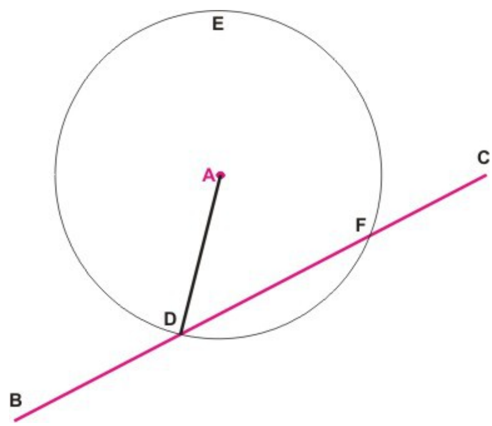
Der Ort einer Strecke gegebener Größe, die von einem gegebenen Punkt an eine gegebene Gerade gelegt wird, ist gegeben.

Wenn die Strecke AD mit gegebener Größe vom gegebenen Punkt A an die gegebene Gerade BC gelegt wird, dann, sage ich, ist der Ort der AD gegeben.

Denn es kann um den Mittelpunkt A mit dem Radius AD der Kreis EDF geschlagen werden, der mit Größe und Ort gegeben ist, denn der Mittelpunkt A und der Radius AD sind gegeben.

Damit sind die beiden Punkte gegeben, an denen der Radius die gegebene Gerade BC schneidet.

Es ist der Schnittpunkt D gegeben und ist deshalb, da der Punkt A gegeben ist, der Ort der Strecke AD gegeben.

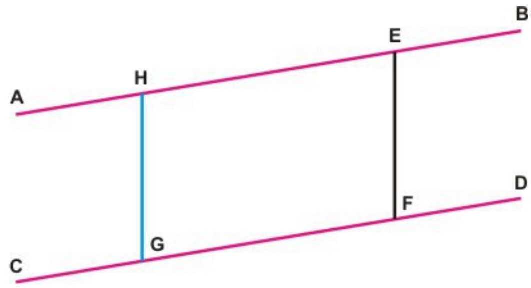


XXXII.

Die Größe einer Strecke zwischen zwei gegebenen Parallelen, die mit ihr einen gegebenen Winkel bildet, ist gegeben.

Wenn die Strecke EF mit zwei gegebenen Parallelen die gegebenen gleichen Winkel BEF, EFD bildet, dann, sage ich, ist die Größe der Strecke EF gegeben.

Denn wenn im Punkt G auf der Geraden CD die zu EF parallele Strecke GH gleicher Größe gezogen wird, dann ist, da die parallelen Strecken EF, GH an der Geraden CD liegen, der Winkel EFD gleich dem Winkel HGD.



Der Winkel EFD ist gegeben, somit ist der Winkel HGD gegeben.
Da die Gerade CD und der Punkt G gegeben sind, und die Strecke GH mit dem gegebenen Winkel GHF gegeben ist, ist der Ort der Strecke GH gegeben.

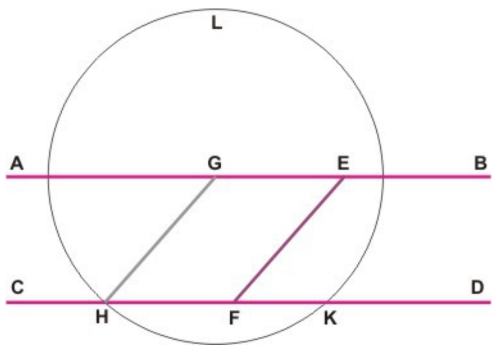
Die Parallele AB ist gegeben, also ist der auf ihr liegende Punkt H gegeben.
Ist der Punkt G gegeben, ist die Größe der Strecke GH gegeben.
Die Strecke EF ist der Strecke GH gleich.

Deshalb ist die Größe der Strecke EF gegeben.

XXXIII.
Die Winkel, die eine gegebene Strecke zwischen zwei gegebenen Parallelen mit diesen bilden, sind gegeben.

Wenn zwischen den beiden gegebenen Parallelen AB, CD, die gegebene Strecke EF liegt, dann, sage ich, sind die Winkel DEF, EFD gegeben.

Denn um im Punkt G auf der gegebenen Geraden AB die zu EF parallele Strecke GH gleicher Größe zu ziehen, ist, da EF gegeben ist, GH gegeben.



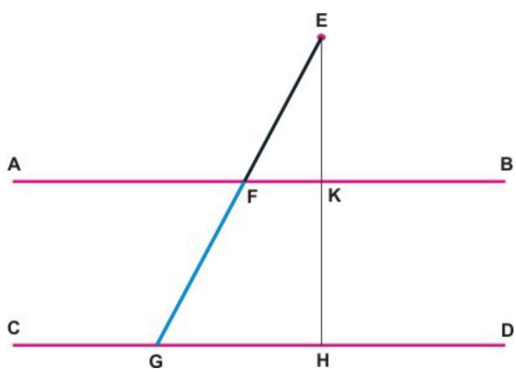
Ist der Punkt G gegeben, kann mit ihm als Mittelpunkt und mit dem Radius GH der Kreis KHL geschlagen werden, der somit gegeben ist. Da die Gerade CD gegeben ist, ist damit der Punkt H und die Strecke GH an ihrem Ort gegeben. Dadurch ist auch der Winkel GHD gegeben, dem der Winkel EFD gleich ist.

Ist der Winkel EFD gegeben, ist auch der Ergänzungswinkel FEB gegeben.

XXXIV.
Schneidet eine Gerade durch einen gegebenen Punkt zwei gegebene Parallelen, dann ist das Verhältnis der Abschnitte gegeben.

Wenn die gegebenen Parallelen AB, CD von der Geraden EFG, die durch den gegebenen Punkt E geht, geschnitten werden, dann, sage ich, ist das Verhältnis der Abschnitte EF zu FG gegeben.

Denn wenn durch den Punkt E die zu CD senkrechte Gerade EKH gezogen wird, dann ist die Strecke EH gegeben, denn der Winkel EHG ist damit gegeben.



Die Parallelen AB, CD sind gegeben, womit die Punkte K, H gegeben sind.
Da der Punkt E gegeben ist, sind die Strecken EK, KH und ist damit das Verhältnis EK zu KH gegeben.

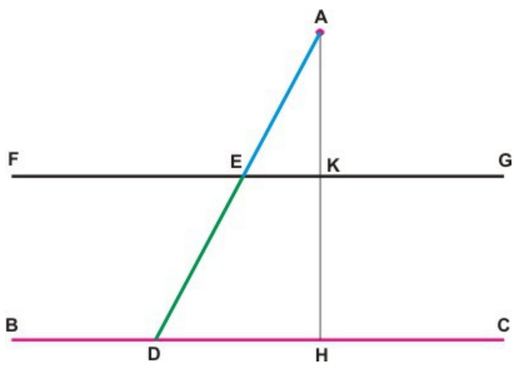
Das Verhältnis EK zu KH ist gleich dem Verhältnis EF zu FG.

Deshalb ist das Verhältnis EF zu FG gegeben.

XXXV.

Schneidet eine Gerade durch einen gegebenen Punkt eine gegebene Gerade und ist der Abschnitt in einem gegebenen Verhältnis geteilt, wobei durch den teilenden Punkt die Parallele zur geschnittenen Geraden verläuft, dann ist diese Parallele an ihrem Ort gegeben.

Wenn die Gerade AD durch den gegebenen Punkt A die gegebene Gerade CB im Punkt D schneidet und der Abschnitt AD im gegebenen Verhältnis DE zu EA geteilt ist, wobei durch E die Gerade FEG parallel zu BC verläuft, dann, sage ich, ist die Lage der FEG gegeben.



Denn wenn durch den gegebenen Punkt A die zu BC senkrechte Gerade AH gezogen wird, dann, da der Punkt A und die Gerade BC gegeben sind, sind die Winkel AHD und die Lage der Geraden AH gegeben. Da die Lage der Geraden BC gegeben ist, ist somit der Ort des Punktes H gegeben.

Das Verhältnis DE zu EA ist gegeben, womit das ihm gleiche Verhältnis HK zu KA gegeben ist. Damit ist das vergrößerte Verhältnis HA zu AK gegeben.

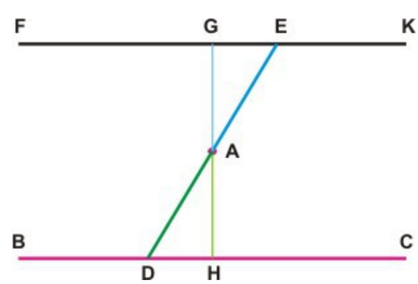
Ist die Strecke HA an ihrem Ort gegeben ist, ist die Strecke AK an ihrem Ort gegeben. Da der Punkt A gegeben ist, ist somit der Punkt K gegeben.

Da durch den Punkt K die zu BC parallele Gerade FG verläuft, ist die Lage der FG gegeben.

XXXVI.

Schneidet eine Gerade durch einen gegebenen Punkt zwei Parallelen und ist das Verhältnis ihrer Abschnitte und die Lage einer der Parallelen gegeben, dann ist die Lage der anderen Parallelen gegeben.

Wenn die Gerade AD durch den gegebenen Punkt A die gegebene Gerade BC schneidet und ein Abschnitt auf ihr in einem gegebenen Verhältnis AE zu AD geteilt ist, wobei durch den Punkt E die zu BC parallele FK verläuft, dann, sage ich, ist die Lage der FK gegeben.



Denn wenn durch den gegebenen Punkt A die zu BC senkrechte Gerade AH gezogen wird, die den Winkel AHC bildet, ist die Lage der HAG gegeben. Die Lage der Geraden BC ist gegeben, somit ist der Punkt H gegeben.

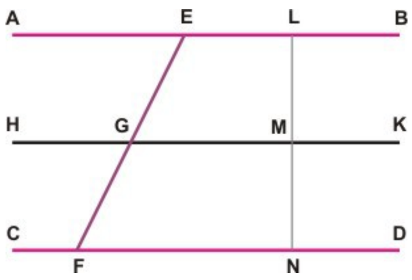
Das Verhältnis DA zu AE ist gegeben, also ist das ihm gleiche Verhältnis HA zu AG gegeben. Ist HA gegeben, ist die Lage der AG gegeben. Da der Punkt A gegeben ist, ist der Punkt G gegeben.

Durch den Punkt G verläuft die zur gegebenen BC parallele FGK, deren Lage deshalb gegeben ist.

XXXVII.

Werden zwei gegebene Parallelen von einer Geraden geschnitten, deren Abschnitt in einem gegebenen Verhältnis geteilt ist, dann ist die Lage der Parallelen durch den Punkt der Teilung gegeben.

Wenn die gegebenen Parallelen AB, CD von der Geraden EF geschnitten werden, deren Abschnitt im gegebenen Verhältnis FG zu GE geteilt ist, und durch den Punkt E die Parallele HK zu AB, CD verläuft, dann, sage ich, ist die Lage der HK gegeben.



Denn wenn durch einen beliebigen Punkt L auf der gegebenen Geraden AB die senkrechte Gerade LN gezogen wird, dann bildet sie mit der Parallelen CD den Winkel LND. Ist der Punkt L gegeben, dann ist die Lage der senkrechten LN gegeben.

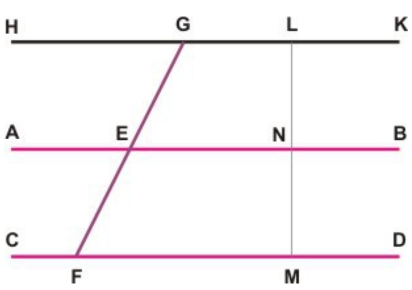
Da die Lage der Geraden CD gegeben ist, ist dann der Punkt N gegeben.
Das Verhältnis FG zu GE ist gegeben, also ist das gleiche Verhältnis NM zu ML gegeben.
Es ist damit NL gegeben und ist somit die Strecke LM an ihrem Ort gegeben.

Ist der Punkt L gegeben, ist damit auch der Punkt M gegeben, durch den die zu CD parallele HK verläuft, deren Lage deshalb gegeben ist.

XXXVIII.

Werden zwei gegebene Parallelen von einer Geraden geschnitten, an deren Abschnitt ein weiterer Abschnitt in einem gegebenen Verhältnis liegt, dann ist die Lage der Parallelen durch seinen Endpunkt gegeben.

Wenn die gegebenen Parallelen AB, CD von einer Geraden geschnitten werden und dabei die Strecke EF abgeschnitten wird, an der der Abschnitt EG liegt, der in einem gegebenen Verhältnis zu EF steht, und wenn durch den Punkt G die zu AB, CD parallele HK verläuft, dann, sage ich, ist die Lage der HK gegeben.



Denn wenn durch einen Punkt N auf der Geraden AB die senkrechte Gerade NM gezogen wird, dann schneidet sie die Parallele CD im Punkt M mit dem Winkel NMD.

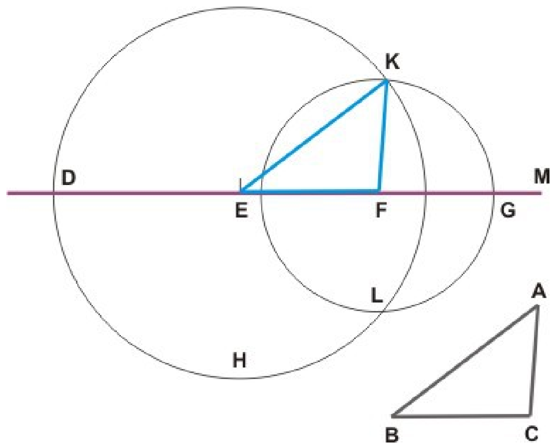
Ist N gegeben, ist, da die Gerade CD gegeben ist, somit der Punkt M und damit die Strecke NM gegeben.

Da das Verhältnis FE zu EG gegeben ist, kann das ihm gleiche Verhältnis NM zu NL gefunden werden. Ist die Strecke NM gegeben, ist damit die Strecke NL an ihrem Ort gegeben.

Ist der Punkt N gegeben, ist damit der Punkt L gegeben, durch den die zu AB parallele HK verläuft, deren Lage deshalb gegeben ist.

XXXIX.
Die Konfiguration eines Dreiecks, dessen Seitenlängen gegeben sind, ist gegeben.

Wenn die Seitenlängen des Dreiecks ABC gegeben sind, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.



Denn wenn auf einer Geraden DM an einem Punkt D die Strecke DE, die gleich der gegebenen Strecke AB ist, abgeschnitten wird, dann ist, da AB gegeben ist, auch die Strecke DE an ihrem Ort gegeben. Ist der Punkt D gegeben, ist somit der Punkt E gegeben.

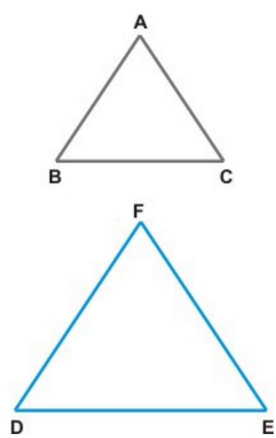
Wird dann die Strecke EF, die gleich der gegebenen Strecke BC ist, abgeschnitten, dann ist, da BC gegeben ist, auch die Strecke EF an ihrem Ort gegeben.

Ist der Punkt E gegeben, ist auch der Punkt F gegeben.
Wird die Strecke FG, die gleich der gegebenen Strecke AC ist, abgeschnitten, dann ist, da AC gegeben ist, FG gegeben. Ist der Punkt F gegeben, ist der Punkt G gegeben. Es ist nun der um den Punkt E mit dem Radius ED zu schlagende Kreis DKH an seinem Ort gegeben.

Ebenso ist der um den Punkt F mit Radius FG zu schlagende Kreis GKL an seinem Ort gegeben. Ist der Kreis DKH gegeben, ist damit der Schnittpunkt K gegeben. Sind auch die Punkte E, F gegeben, sind die Längen und Örter der Strecken KE, EF, FK gegeben. Also ist die Konfiguration des Dreiecks KEF gegeben.

Da das Dreieck ABC dem Dreieck KEF gleich und ähnlich ist, ist deshalb die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

XL.
Die Konfiguration eines Dreiecks, dessen Winkel gegeben sind, ist gegeben.



Wenn die Winkel des Dreiecks ABC in ihren Größen gegeben sind, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

Denn wenn eine Strecke DE in ihrer Größe und an ihrem Ort gegeben und im Punkt D der dem Winkel CBA gleiche Winkel EDF und im Punkt E der dem Winkel ACB gleiche Winkel DEF angelegt wird, dann ist der übrige Winkel DFE gleich dem Winkel BAC.

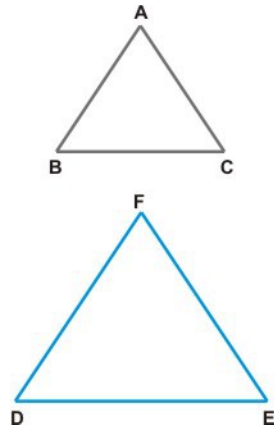
Die Winkel an den Punkten A, B, C sind gegeben, somit sind die Winkel an den Punkten D, E, F gegeben. Ist die Größe der Strecke DE und der Punkt D gegeben, ist damit die Strecke DF an ihrem Ort gegeben.

Aus den gleichen Gründen ist die Strecke EF an ihrem Ort gegeben. Somit ist der Punkt F gegeben. Sind die Punkte D, E gegeben, sind also die Strecken DF, DE, EF in ihrer Größe und an ihrem Ort gegeben. Somit ist die Konfiguration des Dreiecks DFE gegeben.

Da das Dreieck ABC dem Dreieck DFE ähnlich ist, ist deshalb die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

XLI.

Die Konfiguration eines Dreiecks, von dem ein Winkel und das Verhältnis der Seiten, die ihn einschließen, gegeben ist, ist gegeben.



Wenn vom Dreieck ABC der Winkel BAC und das Verhältnis der Seiten BA, AC gegeben ist, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

Denn wenn eine Strecke DF an ihrem Ort in ihrer Größe gegeben und im Punkt F der dem Winkel BAC gleiche Winkel DFE anzulegen ist, dann ist, da der Winkel BAC gegeben ist, der Winkel DFE gegeben.

Ist die Strecke DF an ihrem Ort und ist im gegebenen Punkt F der Winkel DFE gegeben, dann ist die Strecke FE an ihrem Ort gegeben. Da das Verhältnis BA zu AC gegeben ist, ist das ihm gleiche Verhältnis DF zu FE gefunden werden, das damit gegeben ist.

Ist DF gegeben, ist somit FE in ihrer Größe gegeben.

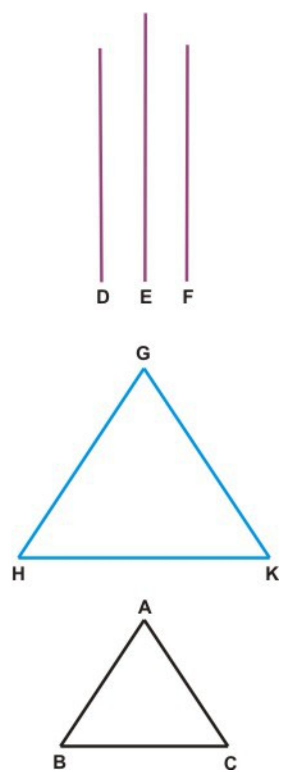
Ist der Punkt F gegeben, ist der Punkt E gegeben. Sind auch die Punkte D, F gegeben, sind die Strecken DF, FE, DE an ihren Örtern in ihren Größen und ist damit die Konfiguration des Dreiecks DFE gegeben.

Von den Dreiecken ABC, DFE sind die gleichen Winkel BAC, DFE und ist das Verhältnis der Seiten, die sie einschließen, gegeben, damit ist das Dreieck ABC dem Dreieck DFE ähnlich.

Ist die Konfiguration des Dreiecks DFE gegeben, ist deshalb die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

XLII.

Die Konfiguration eines Dreieck, von dem die Verhältnisse seiner Seiten gegeben sind, ist gegeben.



Wenn die Verhältnisse der Seiten des Dreiecks ABC gegeben sind, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

Denn wenn eine Strecke D mit ihrer Größe gegeben wird, ist, da das Verhältnis AB zu BC gegeben ist, das ihm gleiche Verhältnis D zu E gefunden werden, das damit gegeben ist. Da dann die Strecke D gegeben ist, ist E gegeben.

Das Verhältnis BC zu AC ist gegeben, somit ist das ihm gleiche Verhältnis E zu F gefunden werden, das damit gegeben ist. Ist die Strecke E gegeben, ist F gegeben.

Aus drei Strecken, die den gegebenen D, E, F gleich und von denen je zwei zusammen größer als die dritte sind, kann das Dreieck GHK errichtet werden, wobei D gleich GH, E gleich HK und F gleich GK ist.

Sind die Strecken D, E, F gegeben, dann sind die Strecken GH, HK, KG mit ihren Längen und ist somit die Konfiguration des Dreiecks GHK gegeben.

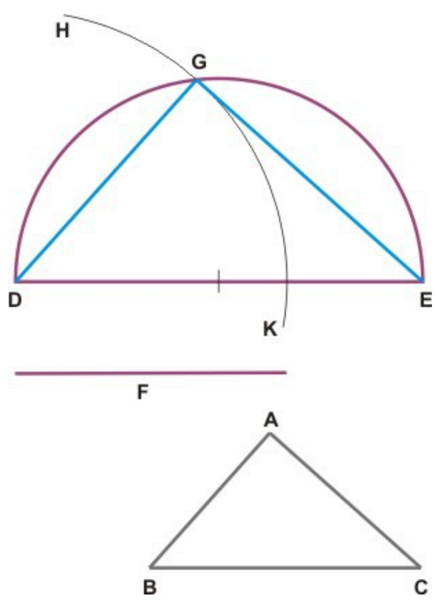
Es verhält sich AB zu BC wie D zu E, wobei D gleich GH und E gleich HK ist. Somit verhält sich AB zu BC wie GH zu HK.
Es verhält sich BC zu CA wie E zu F, wobei E gleich HK und F gleich GK ist. Somit verhält sich BC zu CA wie HK zu KG.

Da, wie gezeigt, sich AB zu BC verhält wie HG zu HK, verhält sich aufgrund Gleichheit AB zu AC wie HG zu GK. Damit ist das Dreieck ABC dem Dreieck GHK ähnlich.

Ist die Konfiguration des Dreiecks GHK gegeben, ist deshalb die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

XLIII.
Die Konfiguration eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem das Verhältnis der Seiten gegeben ist, die einen der spitzen Winkel einschließen, ist gegeben.

Wenn vom rechtwinkligen Dreieck ABC mit dem rechten Winkel BAC das Verhältnis der Seiten CB, BA gegeben ist, die einen der spitzen Winkel einschließen, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.



Denn wenn eine Strecke DE an ihrem Ort in ihrer Größe gegeben und über DE der Halbkreis DGE geschlagen wird, dann ist der Halbkreis an seinem Ort gegeben.

Das Verhältnis CB zu BA gegeben ist, ist das ihm gleiche Verhältnis DE zu F gefunden werden, das damit gegeben ist.

Ist die Strecke DE gegeben, ist F gegeben.
Da CB größer als BA ist, ist ED größer als F.

Um die der Strecke F gleiche Strecke DG anzulegen und GE zu ziehen, ist im Punkt D mit Radius DG der Kreisbogen HGK zu schlagen, der damit an seinem Ort gegeben ist, denn sein Mittelpunkt und die Größe seines Radius sind gegeben.

Ist der Halbkreis DGE an seinem Ort gegeben, ist der Punkt G gegeben. Sind auch die Punkte D, E gegeben, sind die Strecken GD, DE, EG an ihrem Ort in ihrer Größe und ist damit die Konfiguration des Dreiecks GDE gegeben. Da ABC, DEG zwei Dreiecke sind, in denen ein Winkel BAC gleich einem Winkel DGE ist und in denen das Verhältnis der Seiten gegeben ist, die die Winkel CBA, EDG einschließen, die wie die übrigen Winkel BCA, DEG kleiner als rechte Winkel sind, ist das Dreieck ABC dem Dreieck DEG ähnlich.

Ist die Konfiguration des Dreiecks DEG gegeben, ist deshalb die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

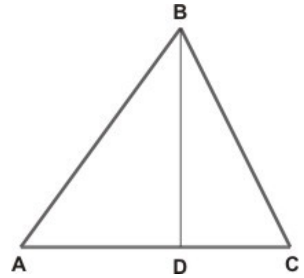
XLIV.

Die Konfiguration eines Dreiecks vom dem ein Winkel und das Verhältnis der Seiten gegeben ist, die einen der anderen Winkel einschließen, ist gegeben.

Wenn vom Dreieck ABC der Winkel BAC und das Verhältnis der Seiten AB, BC gegeben ist, die den Winkel ABC einschließen, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

Denn wenn der Winkel BAC kein rechter Winkel ist, dann sei es ein spitzer Winkel.

Wird durch den Punkt B auf AC die Senkrechte BD errichtet, dann ist, da somit die Winkel BDA, BAD gegeben sind, der übrige Winkel ABD gegeben. Damit ist die Konfiguration des Dreiecks BAD gegeben, womit das Verhältnis der Strecken BA zu BD gegeben ist.

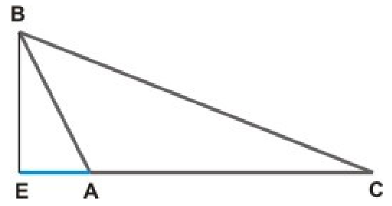


Da auch das Verhältnis AB zu BC gegeben ist, ist das Verhältnis BD zu BC gegeben. Der Winkel BDC ist ein rechter, weshalb die Konfiguration des Dreiecks BDC gegeben ist.

Damit ist der Winkel BCD und, da der Winkel BAC gegeben ist, ist der übrige Winkel ABC im Dreieck ABC gegeben, dessen Konfiguration deshalb gegeben ist.

Ist nun der Winkel BAC ein stumpfer Winkel, dann ist die Seite CA bis zum Punkt E zu verlängern, in dem die zu AE senkrechte BE durch den Punkt B zu errichten ist.

Da BAC gegeben, ist der ergänzende Winkel BAE und, da auch der Winkel BEA gegeben ist, ist der übrige Winkel EBA im Dreieck EBA gegeben, dessen Konfiguration deshalb gegeben ist.

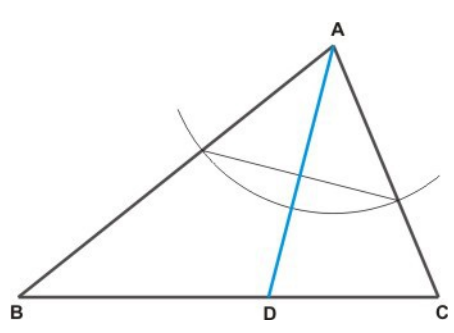


Damit ist das Verhältnis EB zu BA und, da das Verhältnis AB zu BC gegeben ist, das Verhältnis EB zu BC gegeben. Der Winkel BEC ist ein rechter, womit die Konfiguration des Dreiecks EBC und damit der Winkel BCE gegeben ist.

Da der Winkel BAC gegeben ist, ist der übrige Winkel ABC im Dreieck ABC gegeben, dessen Konfiguration deshalb gegeben ist.

XLV.

Die Konfiguration eines Dreiecks, von dem ein Winkel und das Verhältnis der beiden ihn einschließenden Seiten zusammen zur übrigen Seite gegeben ist, ist gegeben.



Wenn vom Dreieck ABC der Winkel BAC und das Verhältnis der beiden ihn einschließenden Seiten BA und AC zusammen zur Seite CB gegeben ist, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

Denn wenn der Winkel BAC durch die Strecke AD in zwei gleiche Teile geteilt wird, dann ist der Winkel BAD gegeben.

Da das Verhältnis BA zu AC gleich dem Verhältnis BD zu DC ist [wie Stoicheia VI.3.], verhält sich nach Umordnung AB zu BD wie AC zu CD. Damit verhält sich BA zusammen mit AC zu BC wie AB zu BD. Da das Verhältnis von BA zusammen mit AC zu BC gegeben ist, ist das Verhältnis BA zu BD gegeben.

Ist der Winkel BAD gegeben, ist damit die Konfiguration des Dreiecks ABD gegeben.

Also ist der Winkel ABD gegeben und, da der Winkel BAC gegeben ist, ist somit der übrige Winkel ABC im Dreieck ABC gegeben, dessen Konfiguration deshalb gegeben ist.

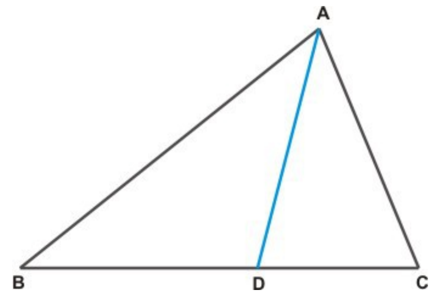
XLVI.

Die Konfiguration eines Dreiecks, von dem ein Winkel und das Verhältnis der beiden Seiten, die einen der anderen Winkel einschließen, zusammen zum übrigen Winkel gegeben ist, ist gegeben.

Wenn vom Dreieck ABC der Winkel ABC gegeben ist und die Seiten BA, AC zusammen, die den Winkel BAC einschließen, zur Seite BC in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

Denn wenn der Winkel BAC durch die Strecke AD in zwei gleiche Teile geteilt wird, dann verhalten sich BA und AC zusammen zu CB wie AB zu BD [wie in Satz XLV.].

Da das Verhältnis der BA und AC zusammen zu CB gegeben ist, ist das Verhältnis AB zu BD gegeben. Dazu ist der Winkel ABD gegeben, womit die Konfiguration des Dreiecks ABD gegeben ist.



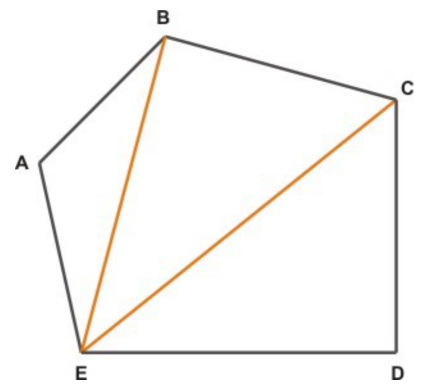
Damit ist der Winkel BAD und der Winkel BAC, der das Doppelte des Winkels BAD ist, gegeben. Da der Winkel ABC gegeben ist, ist der übrige Winkel ACB gegeben.

Also ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

XLVII.

Eine gradlinige Figur, deren Konfiguration gegeben ist, ist in Dreiecke aufteilbar, deren Konfigurationen gegeben sind.

Wenn die Konfiguration der gradlinigen Figur ABCDE gegeben ist, dann, sage ich, kann ABCDE in Dreiecke aufgeteilt werden, deren Konfigurationen gegeben sind.



Denn wenn BE, EC gezogen werden, dann ist, da mit der Konfiguration der gradlinigen Figur ABCDE der Winkel BAE und das Verhältnis BA zu EA gegeben ist, die Konfiguration des Dreiecks ABE gegeben.

Ist der Winkel ABE gegeben, dann ist, da der Winkel ABC gegeben ist, der ergänzende Winkel EBC gegeben.

Da das Verhältnis AB zu BC gegeben ist, ist somit das Verhältnis EB zu BC gegeben.

Ist der Winkel CBE gegeben, ist somit die Konfiguration des Dreiecks BCE gegeben.

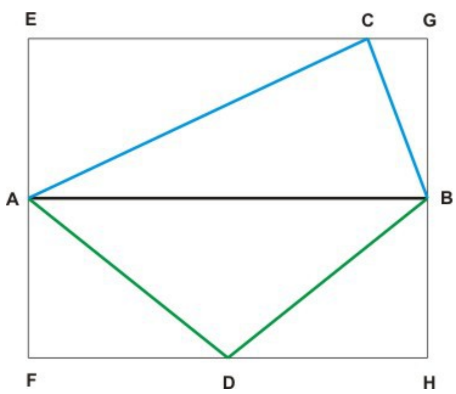
Aus den gleichen Gründen ist die Konfiguration des Dreiecks CDE gegeben.

Also ist eine gradlinige Figur, deren Konfiguration gegeben ist, in Dreiecke aufteilbar, deren Konfigurationen gegeben sind.

XLVIII.
Das Verhältnis zweier Dreiecke, die über der selben Strecke errichtet und deren Konfigurationen gegeben sind, ist gegeben.

Wenn über der Strecke AB die Dreiecke ABC, ADB errichtet und ihre Konfigurationen gegeben sind, dann, sage ich, ist das Verhältnis ABC zu ADB gegeben.

Es sind durch die Punkte C, D die zu AB parallelen ECG, FDH zu legen und in den Punkten A, B die zu AB senkrechten Strecken AE, GB zu ziehen und bis F, H zu verlängern.

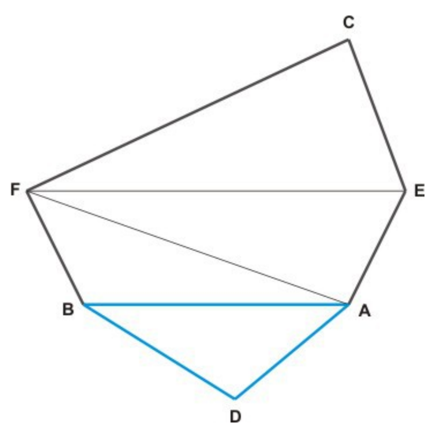


Da die Konfiguration des Dreiecks ABC und damit das Verhältnis CA zu BA und der Winkel CAB gegeben ist, ist bei gegebenem Winkel EAB der ergänzende Winkel EAC gegeben. Mit dem gegebenem Winkel AEC ist damit der ergänzende Winkel ECA und deshalb die Konfiguration des Dreiecks AEC gegeben.

Damit ist das Verhältnis EA zu AC und, da das Verhältnis CA zu AB gegeben ist, auch das Verhältnis EA zu AB gegeben. Aus den gleichen Gründen ist das Verhältnis FA zu AB gegeben.
Also ist das Verhältnis EA zu FA gegeben. Wie AE zu AF verhält sich das Parallelogramm AG zum Parallelogramm HA.

Ist das Verhältnis AG zu HA gegeben, ist deshalb, da das Dreieck ABC die Hälfte des Parallelogramms AG und da das Dreieck ADB die Hälfte des Parallelogramms AH ist, das Verhältnis des Dreiecks ABC zum Dreieck ADB gegeben.

XLIX.
Das Verhältnis zweier gradliniger Figuren, die über der selben Strecke errichtet und deren Konfigurationen gegeben sind, ist gegeben.



Wenn über der Strecke AB die gradlinigen Figuren AECFB, ADB errichtet und ihre Konfigurationen gegeben sind, dann, sage ich, ist das Verhältnis AECFB zu ADB gegeben.

Denn wenn AF, FE gezogen werden, dann sind die Konfigurationen der Dreiecke ECF, EFA, FAB gegeben.

An der Strecke EF liegen die beiden Dreiecke EFC, EFA und somit ist das Verhältnis CEF zu FEA gegeben.

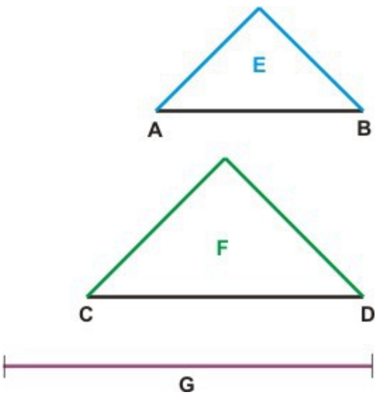
Damit ist das Verhältnis der zusammengesetzten Figur CEAF zu FEA gegeben. Da das Verhältnis der Dreiecke FEA zu FAB, die beide an der Strecke AF liegen, und das Verhältnis CEAF zu FAB gegeben ist, ist das Verhältnis der zusammengesetzten Figur CEABF zu FBA gegeben.

Da das Verhältnis FAB zu ADB gegeben ist, ist deshalb das Verhältnis CEABF zu ADB gegeben.

L.

Das Verhältnis zweier ähnlicher gradliniger Figuren, die über zwei Strecken, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, ähnlich errichtet sind, ist gegeben.

Wenn über den beiden Strecken AB, CD, die in einem gegebenem Verhältnis stehen, die ähnlichen gradlinigen Figuren E, F ähnlich errichtet sind, dann, sage ich, ist das Verhältnis gegeben, in dem sie stehen.



Denn es kann zu den Strecken AB, CD als dritte Größe in gleicher Proportion die Strecke G gefunden werden, womit sich AB zu CD verhält wie CD zu G.

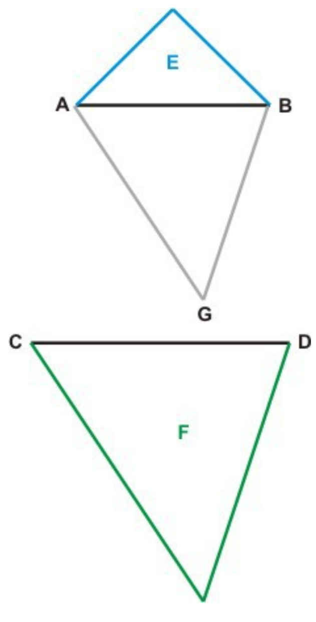
Da das Verhältnis AB zu CD gegeben ist, ist somit das Verhältnis CD zu G gegeben.
Damit ist auch das Verhältnis AB zu G gegeben.

Es verhält sich AB zu G wie E zu F [wie Stoicheia VI.19. Zusatz]. Also ist das Verhältnis E zu F gegeben.

LI.

Das Verhältnis zweier gradliniger Figuren, die über zwei Strecken, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, errichtet und deren Konfigurationen gegeben sind, ist gegeben.

Wenn über den beiden Strecken AB, CD, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, zwei gradlinige Figuren E, F errichtet sind, deren Konfiguration gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis E zu F gegeben.



Denn wenn über der Strecke AB eine der F ähnliche Figur AGB ähnlich errichtet wird, dann ist, da die Konfiguration der Figur F gegeben ist, die Konfiguration von AGB gegeben.

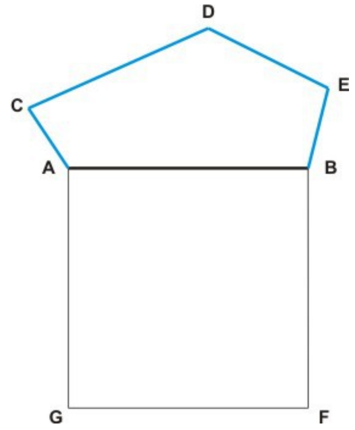
Da dann das Verhältnis AGB zu E gegeben ist und da das Verhältnis AB zu CD gegeben ist, wobei über AB, CD die ähnlichen und ähnlich errichteten gradlinigen Figuren AGB, F errichtet sind, ist das Verhältnis AGB zu F gegeben.

Da auch das Verhältnis AGB zu E gegeben ist, ist deshalb auch das Verhältnis E zu F gegeben.

LII.

Die Größe einer gradlinigen Figur, die über einer Strecke gegebener Größe errichtet und deren Konfiguration gegeben ist, ist gegeben.

Wenn über der Strecke AB, deren Größe gegeben ist, die gradlinige Figur ACDEB errichtet und ihre Konfiguration gegeben ist, dann, sage ich, ist die Größe der Figur ACDEB gegeben.



Denn wenn über der Strecke AB das Quadrat AF errichtet wird, dann ist die Konfiguration und die Größe von AF gegeben.

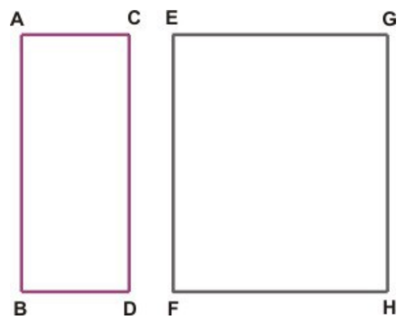
Da die beiden gradlinigen Figuren ACDEB, AF über der selben Strecke AB errichtet sind, ist das Verhältnis ACDEB zu AF gegeben.

Ist die Größe von AF gegeben, dann ist deshalb die Größe von ACDEB gegeben.

LIII.

Ist das Verhältnis einer Seite zu einer Seite der anderen von zwei gradlinigen Figuren mit gegebenen Konfigurationen gegeben, dann sind die Verhältnisse der übrigen Seiten der einen zu den übrigen Seiten der anderen Figur gegeben.

Wenn bei den gradlinigen Figuren AD, EH, deren Konfigurationen gegeben sind, das Verhältnis zweier Seiten BD zu FH gegeben ist, dann, sage ich, sind die Verhältnisse der übrigen Seiten zu den übrigen Seiten gegeben.



Denn da das Verhältnis DB zu FH und das Verhältnis DB zu BA gegeben ist, ist damit das Verhältnis AB zu FH gegeben.

Da das Verhältnis FH zu EF gegeben ist, ist somit das Verhältnis AB zu EF gegeben.

Aus den gleichen Gründen sind die Verhältnisse der übrigen Seiten zu den übrigen Seiten gegeben.

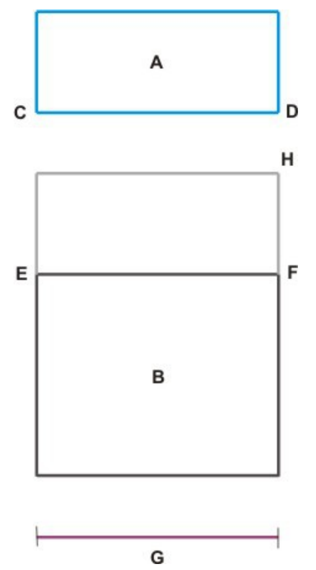
LIV.

Die Verhältnisse der Seiten zweier gradlinige Figuren mit gegebenen Konfigurationen, deren Verhältnis gegeben ist, sind gegeben.

Ist das Verhältnis der gradlinigen Figuren A, B gegeben und sind ihre Konfigurationen gegeben, dann, sage ich, könne die Verhältnisse ihrer Seiten gegeben.

Denn die Figuren A, B sind entweder ähnlich oder nicht ähnlich.
Sind sie ähnlich und ähnlich errichtet, dann kann zu den Strecken CD, EF die Strecke G gefunden werden, die sich zu ihnen verhält wie die dritte Größe in gleicher Proportion.
Damit verhält sich CD zu G wie A zu B.

Da das Verhältnis A zu B gegeben ist, ist das Verhältnis CD zu G gegeben. Die Strecken CD, EF, G stehen in gleicher Proportion, wobei das Verhältnis CD zu EF gegeben und die Figur A der B ähnlich ist. Also sind die übrigen Seiten und Seitenverhältnisse gegeben.



Ist die Figur A der Figur B nicht ähnlich, ist auf der Strecke EF eine der Figur A ähnliche Figur EH ähnlich zu errichten, deren Konfiguration damit gegeben ist.

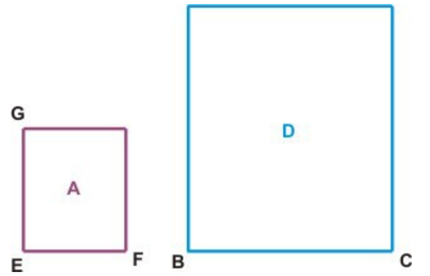
Da B gegeben ist, ist das Verhältnis B zu EH gegeben. Das Verhältnis A zu B ist gegeben, also ist somit das Verhältnis A zu EH gegeben. Die Figur A ist der EH ähnlich, womit das Verhältnis CD zu EF gegeben ist.

Aus den gleichen Gründen sind die übrigen Seiten und ihre Verhältnisse gegeben.

LV.
Die Seitenlängen einer Fläche, deren Größe und Konfiguration gegeben ist, sind gegeben.

Wenn die Größe und die Konfiguration der Fläche A gegeben sind, dann, sage ich, sind die Seitenlängen von A gegeben.

Denn wenn über einer mit Ort und Größe gegebenen Strecke BC eine zu A ähnliche Fläche D ähnlich errichtet wird, dann ist die Konfiguration von D gegeben.



Da die Größe der Strecke BC gegeben ist, über der D errichtet ist, und deren Konfiguration gegeben ist, ist die Größe von D gegeben.

Die Fläche A ist gegeben, somit ist das Verhältnis A zu D gegeben.

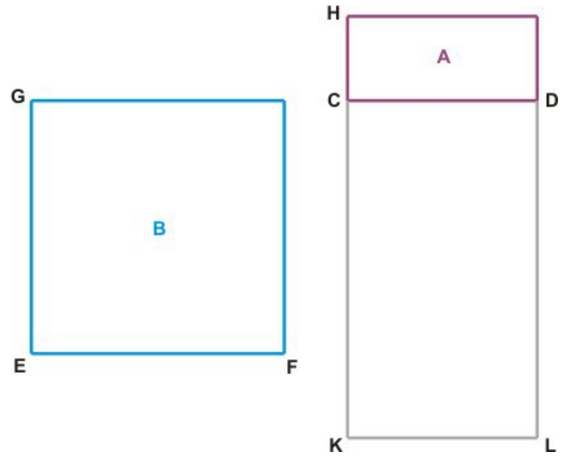
Da A der D ähnlich ist, ist das Verhältnis der Strecken EF zu BC gegeben und wegen der gegebenen Größe von BC auch die Größe der Strecke EF.

Da das Verhältnis FE zu EG gegeben ist, ist die Größe der Strecke EG gegeben.
Aus den gleichen Gründen sind die Größen der übrigen Seiten gegeben.

LVI.

Ist das Verhältnis zweier gleichwinkliger Parallelogramme gegeben, dann steht eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms in dem Verhältnis der anderen Seite des andern Parallelogramms zu einer Strecke, zu der die andere Seite des einen Parallelogramms im gegebenen Verhältnis der Parallelogramme steht.

Wenn das Verhältnis der beiden gleichwinkligen Parallelogramme A, B gegeben ist, dann, sage ich, verhält sich die Seite CD zur Seite EF wie die Seite EG zu einer Strecke, zu der die Seite CH im gegebenen Verhältnis des Parallelogramms A zum Parallelogramm B steht.



Denn wenn die Seite CH um CK verlängert, so dass sich CD zu EF verhält wie EG zu CK, und das Parallelogramm CL vervollständigt wird, dann verhält sich, da KL gleich CD ist, die Seite KL zur Seite EF wie die Seite EG zur Seite CK.

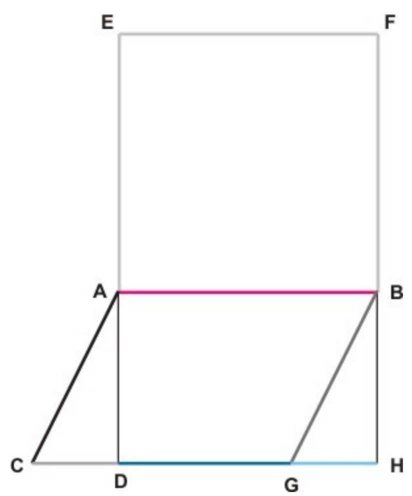
Die Seiten, die an den Winkeln CKL, GEF liegen, stehen in umgekehrten Verhältnissen, also ist KD gleich GF [wie Stoicheia VI.14.]. Da das Verhältnis A zu B gegeben und B dem CL gleich ist, ist das Verhältnis HD zu CL gegeben. Es verhält sich HD zu CL wie HC zu CK, womit das Verhältnis HC zu CK gegeben ist.

Damit verhält sich CD zu EF wie EG zu CK, wobei CH zu CK im gegebenen Verhältnis steht wie die Fläche A zu B. Deshalb verhält sich CD zu EF wie EG zu einer Strecke, zu der HC im gleichen gegebenen Verhältnis steht wie die Fläche A zur Fläche B.

LVII.

Die Seitenlänge einer gegebenen Fläche, die über einer Strecke gegebener Größe mit gegebenem Winkel errichtet ist, ist gegeben.

Wenn die gegebene Fläche AG über der gegebenen Strecke BA mit dem gegebenen Winkel CAB errichtet ist, dann, sage ich, ist CA gegeben.



Denn wenn über AB das Quadrat EB errichtet wird, dann ist EB gegeben. Werden die Strecken EA, FB, CG bis zu den Punkten D, H verlängert, dann ist, da die Flächen EB, AG gegeben sind, das Verhältnis EB zu AG gegeben. Die Fläche AG ist gleich der Fläche AH, womit auch das Verhältnis der Fläche EB zu AH gegeben ist.

Damit ist das Verhältnis der Strecke EA zu AD gegeben. Da EA gleich AB ist, ist das Verhältnis BA zu AD gegeben. Der Winkel CAB ist gegeben und vom ihm der Teil DAB, somit ist der Winkel CAD gegeben. Der Winkel CDA ist ein rechter. Somit ist der übrige Winkel ACD und damit die Konfiguration des Dreiecks ACD gegeben, mit der das Verhältnis CA zu AD gegeben ist.

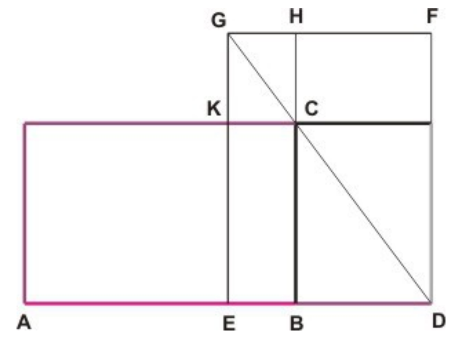
Ist das Verhältnis DA zu AB gegeben, ist damit das Verhältnis CA zu AB gegeben.
Da BA gegeben ist, ist deshalb die Seite CA gegeben.

LVIII.

Fehlt zu einer gegebenen Fläche eine gradlinige Figur mit gegebener Konfiguration, um sie zur Fläche zu ergänzen, die über einer gegebenen Strecke zu errichten ist, dann sind die Seitenlängen dieser Figur gegeben.

Wenn zu der gegebenen Fläche AC die gradlinige Figur CD mit gegebener Konfiguration fehlt, um sie zur Fläche zu ergänzen, die über der Strecke AD zu errichten ist, dann, sage ich, sind die Seitenlängen BC, BD gegeben.

Denn wenn AD im Punkt E in zwei gleiche Teile geteilt wird, dann ist die Strecke ED gegeben. Es ist dann über ED eine der CD ähnliche Figur EF ähnlich zu errichten, deren Konfiguration damit gegeben ist.



Ist die Konfiguration der Figur EF gegeben, dann ist deshalb die Größe von EF gegeben.

Die Figur EF ist gleich AC und KH zusammen [mit Stoicheia I.43.], womit, da AC gegeben ist, auch die Größe von KH gegeben ist.

Da KH der Figur CD ähnlich ist, sind die Seitenlängen von KH gegeben.
Die Strecke KC, die somit gegeben ist, ist gleich der Strecke EB, die damit gegeben ist. Ist ED gegeben, ist deshalb BD gegeben.

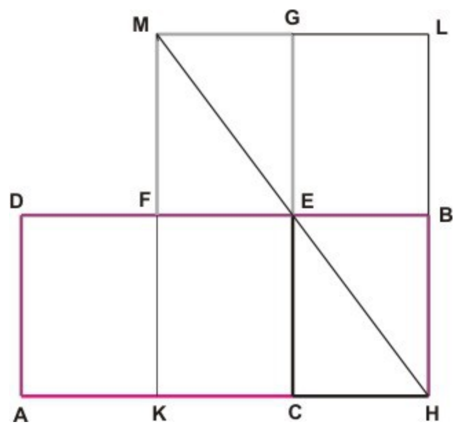
Das Verhältnis BD zu BC ist gegeben, also ist auch BC gegeben.

LIX.

Ist eine gegebene Fläche um eine gradlinige Figur mit gegebener Konfiguration größer als die, die über einer gegebenen Strecke zu errichten ist, dann sind die Seitenlängen dieser Figur gegeben.

Wenn die gegebene Fläche AB um die gradlinige Figur CB größer ist als die Fläche die über der gegebenen Strecke AC zu errichten ist, dann, sage ich, sind die Längen der Seiten HC, CE gegeben.

Denn wenn DE im Punkt F in zwei gleiche Teile geteilt und über EF die zu CB ähnliche Figur FG ähnlich errichtet wird, dann liegt FG auf der selben Diagonalen wie CB. Es ist dann die Diagonale HEM zu ziehen und die Figur zu ergänzen.



Da CB der FG ähnlich und die Konfiguration der CB gegeben ist, ist somit die Konfiguration der FG gegeben. Da FG über der Strecke FE errichtet ist, ist auch die Größe der Fläche FG gegeben.

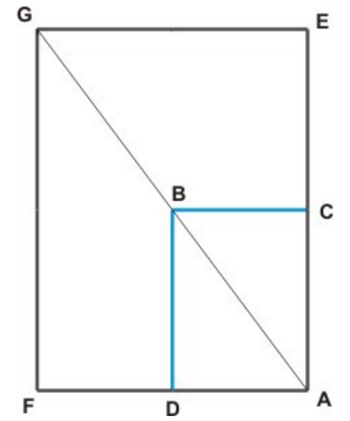
Die Größe der Fläche AB ist gegeben, somit ist die Größe von AB und FG zusammen zu geben, die der Größe von KL gleich ist. Ist von KL die Größe gegeben und die Konfiguration, denn sie ist der CB ähnlich, dann sind die Seitenlängen von KL gegeben.

Also ist die Strecke KL, und, da KC davon ein Teil ist, die übrige CH gegeben, die zu HB im gegebenen Verhältnis steht. Deshalb ist HB gegeben.

LX.

Ist ein Parallelogramm, dessen Konfiguration und Größe gegeben ist, um ein gegebenes Gnomon vergrößert oder verkleinert, dann sind die Seitenlängen des Gnomons gegeben.

Wenn das Parallelogramm AB, dessen Konfiguration und Größe gegeben ist, um das gegebene Gnomon ECBDFG vergrößert wird, dann, sage ich, sind die Längen der Seiten CE, DF gegeben.



Denn da AB und da das Gnomon ECBDFG gegeben sind, ist das ganze Parallelogramm AG gegeben; auch seine Konfiguration ist gegeben, denn es ist dem Parallelogramm AB ähnlich [wie Stoicheia II. Erklärung 2].

Die Seitenlängen des Parallelogramms AG sind somit gegeben, weshalb AE, AF zu geben sind. Sind auch CA, AD gegeben, sind die übrigen Seiten EC, DF gegeben.

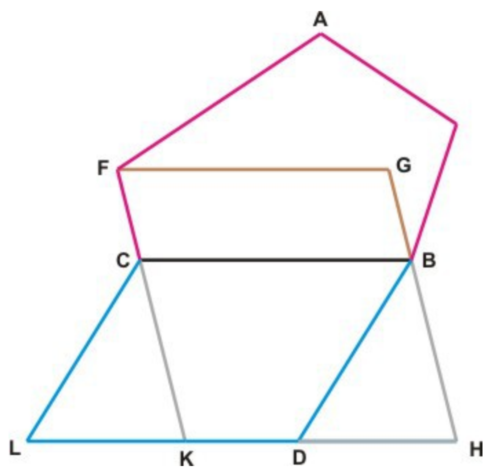
Wenn nun das Parallelogramm AG, dessen Konfiguration und Größe gegeben ist, um das gegebene Gnomon ECBDFG verkleinert wird, dann, sage ich, sind die Längen der Seiten CE, DF gegeben. Denn da AG und sein Gnomon ECBDFG gegeben sind, ist AB gegeben. Da die Konfiguration von AB gegeben ist, denn es ist dem GA ähnlich, sind die Seitenlängen von AB gegeben, womit CA, AD zu geben sind.

Da EA, AF gegeben sind, sind deshalb EC, DF gegeben.

LXI.

Ist über einer Seite einer gradlinigen Figur mit gegebener Konfiguration mit einem gegebenen Winkel ein Parallelogramm errichtet, das in einem gegebenen Verhältnis zur Figur steht, dann ist die Konfiguration des Parallelogramms gegeben.

Wenn über der Seite CB der Figur AFCB, deren Konfiguration gegeben ist, das Parallelogramm CD mit dem gegebenen Winkel LCB errichtet ist, wobei das Verhältnis der Figur AC zum Parallelogramm CD gegeben ist, dann, sage ich, ist die Konfiguration von CD gegeben.



Es sind durch den Punkt B die zur Seite FC parallele BG und durch den Punkt F die zu CB parallele FG zu ziehen und bis zu den Punkten H, K zu verlängern. Da der Winkel FCB und da das Verhältnis der Strecken FC zu CB gegeben ist, ist die Konfiguration des Parallelogramms FB gegeben.

Es ist die Figur AFCB auf derselben Seite CB errichtet wie das Parallelogramm FB, deren Konfiguration gegeben ist, womit das Verhältnis AFCB zu FB gegeben ist.

Das Verhältnis FB zu CD ist somit gegeben und deshalb ist, da CD der KB gleich ist, das Verhältnis der Parallelogramme KB zu CG gegeben. Damit ist das Verhältnis der Strecken FC zu CK gegeben.

Es ist das Verhältnis der Seiten FC zu CB gegeben, also ist das Verhältnis der Strecken BC zu CK gegeben.

Da der Winkel FCB gegeben ist, ist auch sein Ergänzungswinkel BCK gegeben.
Der Winkel BCL ist gegeben, somit ist der ergänzende Winkel LCK gegeben.

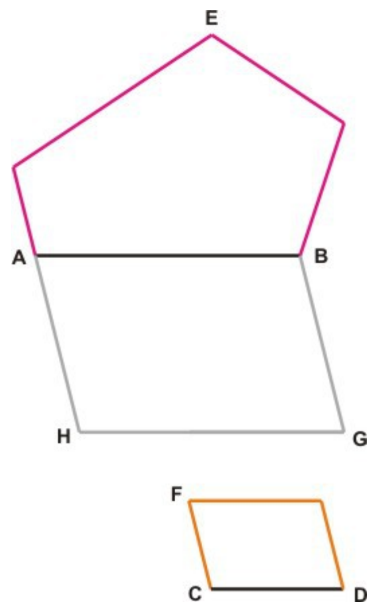
Der Winkel LKC ist gegeben, denn er ist dem Winkel KCB gleich. Also ist der übrige Winkel CLK und damit die Konfiguration des Dreiecks LCK gegeben.
Dadurch ist das Verhältnis der Seiten LC zu CK gegeben.

Ist das Verhältnis der Strecken KC zu BC gegeben, ist das Verhältnis der Strecken LC zu BC gegeben. Da der Winkel LCB gegeben ist, ist deshalb die Konfiguration des Parallelogramms CD gegeben.

LXII.

Ist über der einen von zwei Strecken mit gegebenem Verhältnis eine gradlinige Figur, deren Konfiguration gegeben ist, und über der anderen mit gegebenen Winkel ein Parallelogramm errichtet, dessen Verhältnis zur Figur gegeben ist, dann ist die Konfiguration des Parallelogramms gegeben.

Wenn die beiden Strecken AB, CD in einem gegebenen Verhältnis stehen und über AB die gradlinige Figur AEB, deren Konfiguration gegeben ist, und über CD mit dem gegebenen Winkel FCD das Parallelogramm DF errichtet ist, wobei das Verhältnis der Figur EB zum Parallelogramm DF gegeben ist, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Parallelogramms DF gegeben.



Denn wenn über AB das dem DF ähnliche Parallelogramm AG ähnlich errichtet wird, dann ist, da das Verhältnis AB zu CD gegeben ist und sowohl über AB wie über CD ähnliche Figuren ähnlich errichtet sind, das Verhältnis AG zu FD gegeben.

Damit ist auch das Verhältnis FD zu EB und somit das Verhältnis EB zu AG gegeben.

Der Winkel ABG ist dem gegebenen Winkel FCD gleich.

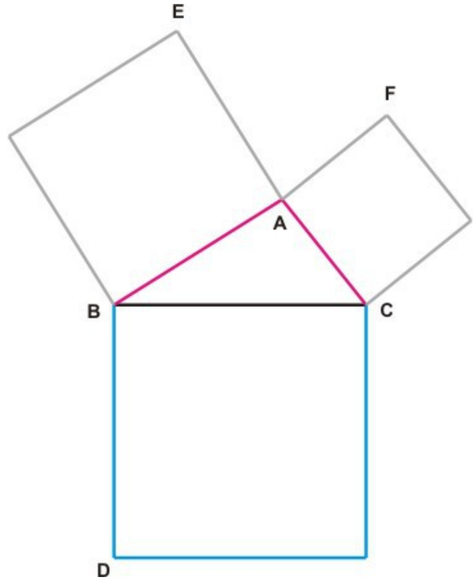
Da die Konfiguration der über der Strecke AB errichteten Figur EB gegeben und über AB mit dem gegebenen Winkel ABG das Parallelogramm AG errichtet ist, ist die Konfiguration von AG gegeben [wie LXI.].

Da das Parallelogramm FD dem Parallelogramm AG ähnlich ist, ist deshalb die Konfiguration von FD gegeben.

LXIII.

Ist die Konfiguration eines Dreiecks gegeben, dann ist das Verhältnis des Quadrats über jeder seiner Seiten zum Dreieck gegeben.

Wenn die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben ist und über seinen Seiten die Quadrate EB, CD, CF errichtet sind, dann, sage ich, ist das Verhältnis eines jeden der Quadrate EB, CD, CF zum Dreieck ABC gegeben.



Denn da über der selben Seite BC die gradlinigen Figuren ABC, CD errichtet sind, ist das Verhältnis CD zu ABC gegeben.

Aus den gleichen Gründen ist das Verhältnis eines jeden der Quadrate EB, FC zum Dreieck ABC gegeben.

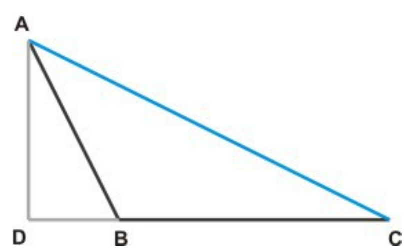
LXIV.

In einem stumpfwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Seite, die dem gegebenen stumpfen Winkel gegenüber liegt, größer als die Quadrate über den Seiten, die den stumpfen Winkel einschließen, zusammen und der Unterschied steht zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn im stumpfwinkligen Dreieck ABC mit dem gegebenen stumpfen Winkel ABC die Seite BC um BD verlängert und im Punkt A die zu CD senkrechte AD errichtet wird, dann, sage ich, ist das Verhältnis des Unterschieds, um den das Quadrat über AC größer ist als die Quadrate über AB, BC zusammen, zum Dreieck ABC gegeben.

Denn, da der Winkel ABC gegeben ist, ist der Winkel ABD gegeben. Da auch der Winkel ADB gegeben ist, ist auch der übrige Winkel DAB in diesem Dreieck und somit seine Konfiguration gegeben. Damit ist das Verhältnis AD zu DB gegeben.

Das Verhältnis AD zu DB ist gleich dem Verhältnis des Rechtecks aus AD mit BC zum Rechteck aus DB mit BC und ist deshalb gegeben.
Also ist auch das Verhältnis des doppelten Rechtecks aus DB mit BC zum Rechteck aus AD mit BC gegeben.



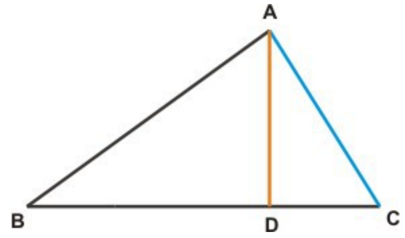
Das Verhältnis des Rechtecks aus DA mit BC zum Dreieck ABC ist gegeben [wie Stoicheia I.41.], also ist das Verhältnis des doppelten Rechtecks aus DB mit BC zum Dreieck ABC gegeben.

Das Quadrat über AC ist um das doppelte Rechteck aus DB mit BC größer als die Quadrate über AB, BC zusammen [wie Stoicheia II.12.]. Deshalb ist sein Verhältnis zum Dreieck ABC gegeben.

LXV.

In einem spitzwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Seite, die dem gegebenen spitzen Winkel gegenüber liegt, kleiner als die Quadrate über den Seiten, die den spitzen Winkel einschließen, zusammen und der Unterschied steht zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn im spitzwinkligen Dreieck ABC mit dem gegebenen spitzen Winkel ABC auf der Seite BC die Senkrechte AD durch den Punkt A errichtet wird, dann, sage ich, ist das Verhältnis des Unterschieds, um den das Quadrat über AC kleiner ist als die Quadrate über AB, BC zusammen, zum Dreieck ABC gegeben.



Denn, da sowohl der Winkel ABD wie auch der Winkel ADB gegeben ist, ist der ergänzende Winkel BAD gegeben. Damit ist die Konfiguration des Dreiecks ABD und somit das Verhältnis BD zu DA gegeben.

Auch das ihm gleiche Verhältnis des Rechtecks aus CB mit BD zum Rechteck aus CB mit DA ist gegeben. Also ist auch das Verhältnis des doppelten Rechtecks aus CB mit BD zum Rechteck aus CB mit AD gegeben.

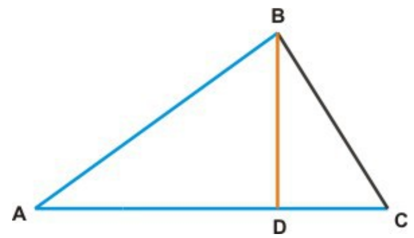
Da das Verhältnis des Rechtecks aus BC mit AD zum Dreieck ABC gegeben ist, ist deshalb auch das Verhältnis des doppelten Rechtecks aus CB mit BD zum Dreieck ABC gegeben.

Das Quadrat über AC ist um das doppelte Rechteck aus CB mit BD kleiner als die Quadrate über AB, BC zusammen [wie Stoicheia II.13.]. Deshalb ist das Verhältnis des Unterschieds, um den das Quadrat über AC kleiner ist als die Quadrate über AB, BC zusammen, zum Dreieck ABC gegeben.

LXVI.

In einem gegebenen Dreieck steht das Rechteck aus den Seiten, die einen gegebenen Winkel einschließen, zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn im gegebenen Dreieck ABC der Winkel in A gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Dreieck ABC gegeben.



Denn wenn durch B auf AC die Senkrechte BD errichtet wird, dann ist, da sowohl der Winkel BAC wie auch der Winkel ADB gegeben ist, der ergänzende Winkel ABD gegeben.

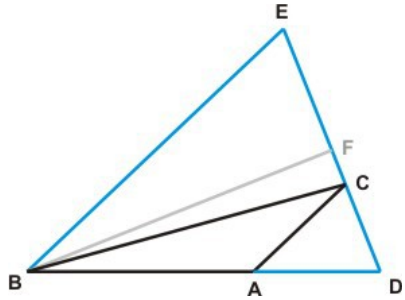
Deshalb ist die Konfiguration des Dreiecks ABD und damit das Verhältnis AB zu BD und das ihm gleiche Verhältnis des Rechtecks aus AB mit AC zum Rechteck aus BD mit AC gegeben.

Da das Verhältnis des Rechtecks aus AC mit BD zum Dreieck ABC gegeben ist [wie Stoicheia I.41.], ist deshalb das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Dreieck ABC gegeben.

LXVII.

In einem gegebenen Dreieck ist das Quadrat über den beiden Seiten zusammen, die einen gegebenen Winkel einschließen, größer als das Quadrat über der übrigen Seite und der Unterschied steht zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

Wenn im gegebenen Dreieck ABC der Winkel BAC gegeben ist, dann, sage ich, ist das Quadrat über den Seiten BA und AC zusammen größer als das Quadrat über BC und der Unterschied steht zu ABC in einem Verhältnis, das gegeben ist.



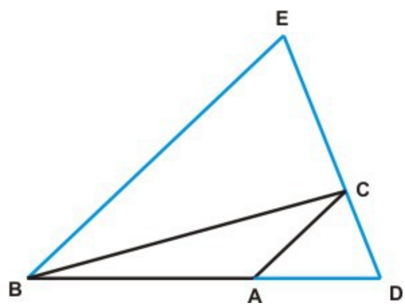
Denn wenn AB um AD, das der Seite AC gleich ist, verlängert wird, DC gezogen und bis E verlängert wird und durch B die zu AC parallele BE gelegt wird, dann ist, da AD gleich AC ist, die Strecke DB gleich BE [wie Stoicheia VI.4.].

Wird DE im Punkt F in zwei gleiche Teile geteilt, dann ist das Rechteck aus DC mit CE zusammen mit dem Quadrat über CF gleich dem Quadrat über FD [wie Stoicheia II.5.].

Beidem das Quadrat über BF hinzugefügt, ist das Rechteck aus DC mit CE zusammen mit den Quadraten über CF, BF gleich den Quadraten über FD, BF zusammen.

Da die Quadrate über CF, BF zusammen gleich dem Quadrat über BC und da die Quadrate über FD, BF zusammen gleich dem Quadrat über BD sind, ist somit das Rechteck aus DC mit CE zusammen mit dem Quadrat über BC gleich dem Quadrat über BD.

Da DA gleich AC ist, ist somit das Quadrat über BA und AC zusammen gleich dem Rechteck aus DC mit CE zusammen mit dem Quadrat über BC. Also ist das Quadrat über BA und AC zusammen um das Rechteck aus DC mit CE größer als das Quadrat über BC.



Das Verhältnis des Rechtecks aus DC mit CE zum Dreieck ABC, sage ich, ist gegeben.

Denn da der Winkel BAC gegeben ist, ist der Ergänzungswinkel DAC gegeben.

Es sind auch die Winkel ADC, DCA gegeben, denn sie sind halb so groß wie der Winkel BAC [wie Stoicheia I.32.].

Also ist die Konfiguration des Dreiecks DAC und ist damit das Verhältnis DA zu DC gegeben. Aus diesem ist das Verhältnis des Quadrats über DA zum Quadrat über DC gegeben.

Das Verhältnis BA zu AD ist gleich dem Verhältnis EC zu CD.
Das Verhältnis BA zu AD ist auch gleich dem Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AD zum Quadrat über AD und das Verhältnis EC zu CD ist gleich dem Verhältnis des Rechtecks aus EC mit CD zum Quadrat über CD.

Also verhält sich das Rechteck aus BA mit AD zum Quadrat über DA wie das Rechteck aus EC mit CD zum Quadrat über CD. Nach Umordnung [wie Stoicheia V.16.] verhält sich das Rechteck aus BA mit AD zum Rechteck aus EC mit CD wie das Quadrat über AD zum Quadrat über DC.

Ist das Verhältnis des Quadrats über AD zum Quadrat DC gegeben, dann ist somit das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AD zum Rechteck aus EC mit CD gegeben.

Da DA gleich AC ist, ist deshalb das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Rechteck aus EC mit CD gegeben.

Damit ist das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Dreieck ABC gegeben. Da der Winkel BAC gegeben ist, ist daraus auch das Verhältnis des Rechtecks aus DC mit CE zum Dreieck ABC gegeben.

Das Rechteck aus DC mit CE ist die Fläche um die das Quadrat über BA und AC zusammen größer ist als das Quadrat über BC.

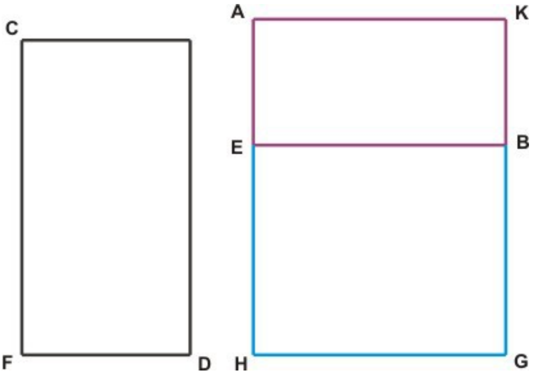
Deshalb ist das Verhältnis der Fläche, um die das Quadrat über BA und AC zusammen größer ist als das Quadrat über BC, zum Dreieck ABC gegeben.

LXVIII.

Ist von zwei gleichwinkligen Parallelogrammen, deren Verhältnis gegeben ist, das Verhältnis einer Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms gegeben, dann sind die Verhältnisse der einen übrigen Seiten zu den anderen übrigen Seiten gegeben.

Wenn von den beiden gleichwinkligen Parallelogrammen AB, CD, deren Verhältnis gegeben ist, eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms in einem gegebenen Verhältnis steht, also das Verhältnis der Seiten BE zu FD gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis AE zu FC gegeben.

Denn wenn über der Seite EB das dem Parallelogramm CD gleiche Parallelogramm EG so errichtet wird, dass AE, EH auf einer Geraden liegen, dann liegen auch KB, BG auf einer Geraden.



Das Verhältnis AB zu CD ist gegeben und CD ist gleich EG, also ist das Verhältnis AB zu EG gegeben. Damit ist das Verhältnis AE zu EH gegeben.

Da die Parallelogramme EG, CD gleich und gleichwinklig sind, stehen die Seiten des einen zu den Seiten des anderen Parallelogramms am gleichen Winkel in umgekehrten Verhältnissen [wie Stoicheia VI.14.]. Somit verhält sich EB zu FD wie CF zu EH.

Das Verhältnis EB zu FD ist gegeben und da das Verhältnis EH zu AE gegeben ist, ist damit auch das Verhältnis AE zu CF gegeben.

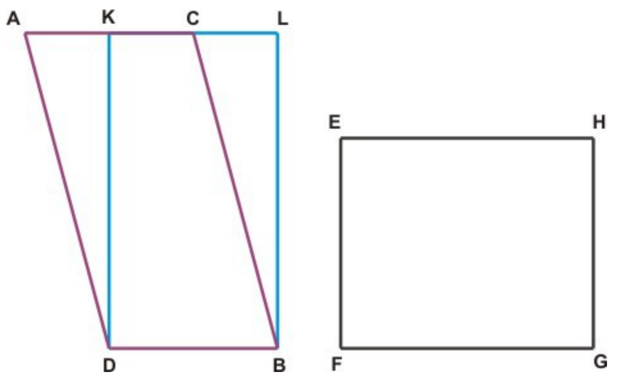
LXIX.

Sind von zwei Parallelogrammen, die in einem gegebenen Verhältnis stehen, die Winkel und das Verhältnis einer Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms gegeben, dann sind die Verhältnisse der einen übrigen Seiten zu den anderen übrigen Seiten gegeben.

Wenn von den beiden Parallelogrammen AB, GE die Winkel an D, F gegeben sind und auch das Verhältnis DB zu FG gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis AD zu EF gegeben.

Denn dies trifft zu, wenn die Parallelogramme AB, EG gleichwinklig sind [wie LXVIII.].

Sind sie es nicht, dann ist an DB im Punkt D der dem Winkel EFG gleiche Winkel BDK anzulegen und das Parallelogramm DL zu vervollständigen.



Da die Winkel DAC, AKD gegeben sind, ist auch der Winkel ADK und ist somit die Konfiguration des Dreiecks ADK gegeben. Damit ist das Verhältnis AD zu DK gegeben.

Das Verhältnis der Parallelogramme DC zu FH ist gegeben und das Parallelogramm DC gleich DL, womit das Verhältnis DL zu FH gegeben ist.

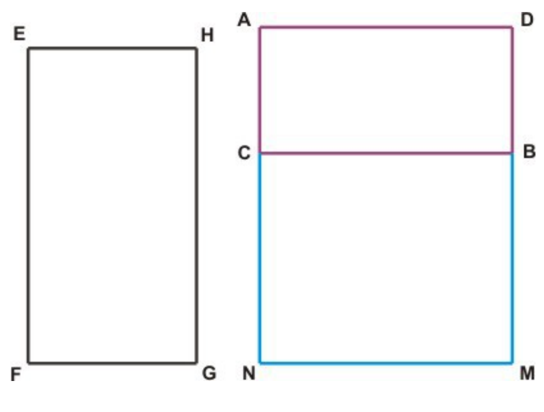
Das Parallelogramm DL ist dem Parallelogramm FH gleichwinklig, das Verhältnis DL zu EG und das Verhältnis DB zu FG sind gegeben, also ist das Verhältnis DK zu EF gegeben [wie LXVIII.].

Deshalb ist das Verhältnis DK zu DA und ist damit das Verhältnis AD zu EF gegeben.

LXX.

Das Verhältnis zweier Parallelogramme, von denen die Verhältnisse der Seiten gegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebene Winkel einschließen, ist gegeben.

Wenn von den beiden Parallelogrammen AB, EG die Verhältnisse der Seiten gegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebenen Winkel bei C, F einschließen, wenn also das Verhältnis der Seiten AC zu EF und das Verhältnis der Seiten BC zu FG gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis der Parallelogramme CD zu FH gegeben.

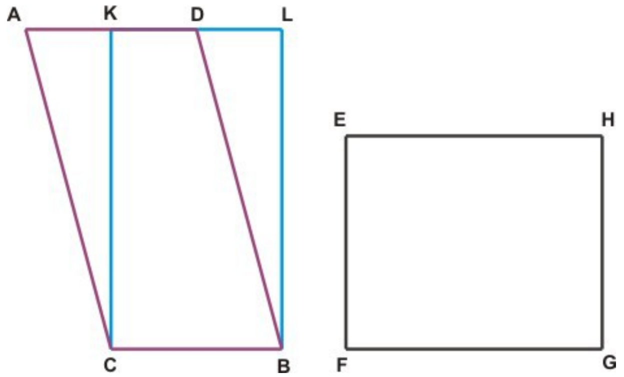


Denn wenn das Parallelogramm CD dem Parallelogramm FH gleichwinklig ist und über CB das dem Parallelogramm FH gleiche Parallelogramm CM so errichtet wird, dass AC, CN auf einer Geraden liegen, dann liegen auch DB, BM auf einer Geraden.

Da die Parallelogramme BN, FH gleich und gleichwinklig sind und die Seiten an gleichen Winkeln solcher Parallelogramme in umgekehrten Verhältnissen stehen, verhält sich CB zu FG wie FE zu CN [wie Stoicheia VI.14.].

Das Verhältnis CB zu FG ist gegeben, also ist das Verhältnis EF zu CN gegeben.
Das Verhältnis EF zu AC und damit das Verhältnis AC zu CN ist gegeben, somit ist auch das Verhältnis CD zu CM gegeben. Da das Parallelogramm CM gleich FH ist, ist deshalb das Verhältnis CD zu EG gegeben.

Wenn nun das Parallelogramm AB dem Parallelogramm FH nicht gleichwinklig ist, dann ist über der Seite BC am Punkt C der dem Winkel EFG gleiche Winkel BCK anzulegen und das Parallelogramm CL zu vervollständigen.



Da die Winkel ACB, KCB gegeben sind, ist der Winkel ACK gegeben.

Da auch der Winkel CAK gegeben ist, ist der ergänzende Winkel AKC und damit die Konfiguration des Dreiecks AKC gegeben.

Da somit das Verhältnis AC zu CK gegeben ist und da das Verhältnis AC zu EF gegeben ist, ist das Verhältnis CK zu EF gegeben.

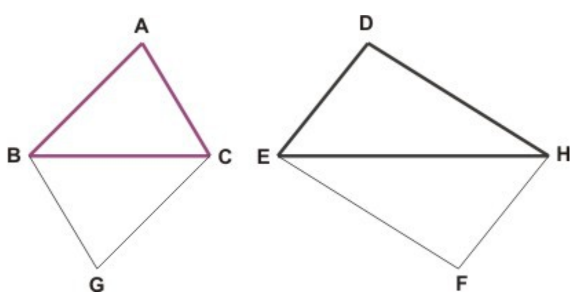
Das Verhältnis CB zu FG ist gegeben und der Winkel KCB gleich dem Winkel EFG, also ist das Verhältnis der Parallelogramme CL zu FH gegeben.

Da CL gleich CD ist, ist deshalb das Verhältnis CD zu FH gegeben.

LXXI.
Das Verhältnis zweier Dreiecke, von denen die Verhältnisse der Seiten gegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebenen Winkel einschließen, ist gegeben.

Wenn von den beiden Dreiecken ABC, DEH die Verhältnisse der Seiten gegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebene Winkel bei A, D einschließen, wenn also das Verhältnis der Seiten BA zu ED und das Verhältnis der Seiten AC zu DH gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis der Dreiecke ABC zu EDH gegeben.

Denn wenn die Parallelogramme AG, DF vervollständigt werden, dann sind AG, DF zwei Parallelogramme, von denen die Verhältnisse der Seiten gegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebene Winkel bei A, D einschließen, und deren Verhältnis gegeben ist [wie LXX.].



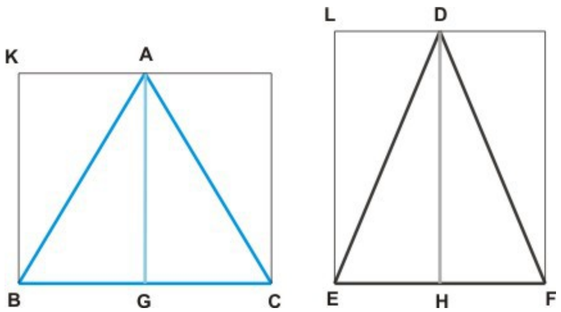
Also ist das Verhältnis AG zu DF gegeben.

Die Hälfte des Parallelogramms AG ist das Dreieck ABC und die Hälfte des Parallelogramms DF ist das Dreieck DEH. Deshalb ist das Verhältnis des Dreiecks ABC zum Dreieck DEH gegeben.

LXXII.

Das Verhältnis zweier Dreiecke, von denen das Verhältnis der Grundseiten und das Verhältnis von teilenden Strecken durch den ihnen gegenüber liegenden Dreieckspunkt gegeben ist, die mit ihnen gleiche oder ungleiche gegebene Winkel einschließen, ist gegeben.

Wenn die Dreiecke ABC, DEF durch die Strecken AG, DH geteilt werden, die mit den Grundseiten BC, EF die gleichen oder ungleichen gegebenen Winkel AGC, DHF einschließen, und wenn die Verhältnisse BC zu EF und AG zu DH gegeben sind, dann, sage ich, ist das Verhältnis des Dreiecks ABC zum Dreieck DEF gegeben.



Denn wenn die Parallelogramme KC, LF so vervollständigt werden, dass der Winkel AGC gleich KBC und der Winkel DHF gleich LEF ist, dann sind die Winkel an B, E, ob gleich oder ungleich, gegeben.

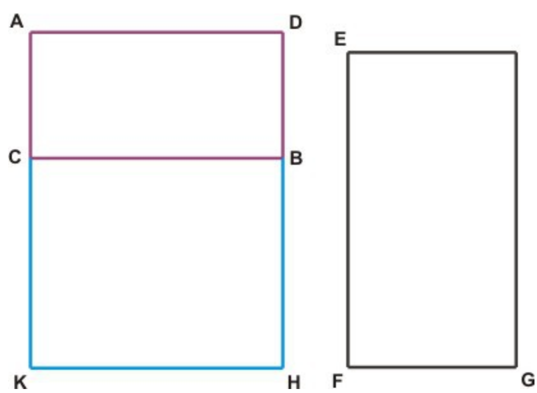
Da das Verhältnis AG zu DH gegeben, da AG gleich KB und da DH gleich LE ist, ist das Verhältnis KB zu LE gegeben.

Da das Verhältnis BC zu EF gegeben ist und da die Winkel an den Punkten B, E, ob gleich oder ungleich, gegeben sind, ist das Verhältnis des Parallelogramme CK zu LF [wie LXX.] und ist deshalb das Verhältnis des Dreiecks ABC zum Dreieck DEF gegeben.LXXIII.

LXXIII.

Steht von zwei Parallelogrammen mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms im gleichen Verhältnis wie die andere Seite des anderen Parallelogramms zu einer Strecke, deren Verhältnis zur anderen Seite des einen Parallelogramms gegeben ist, dann ist das Verhältnis der beiden Parallelogramme gegeben.

Wenn zu den beiden Parallelogrammen AB, EG mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln an C, F, wobei die Seite CB zu FG im gleichen Verhältnis steht wie die Seite EF zu CK, das Verhältnis AC zu CK gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis des Parallelogramms AB zum Parallelogramm EG gegeben.



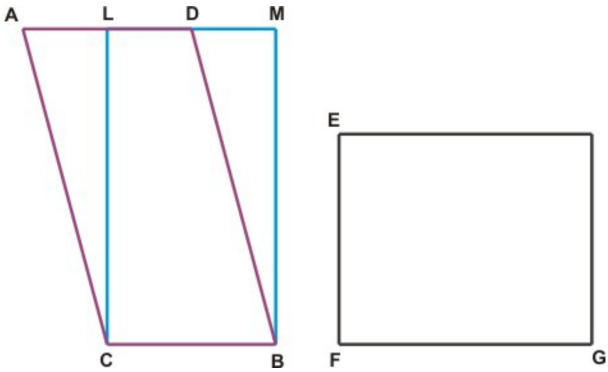
Denn wenn das Parallelogramm AB dem Parallelogramm EG gleichwinklig ist und über BC das dem Parallelogramm EG gleiche Parallelogramm CH so errichtet wird, dass AC und KC auf einer Geraden liegen, dann liegen auch DB und HB auf einer Geraden.

Da die Parallelogramme CH, EG gleich und gleichwinklig sind und ihre Seiten deshalb im umgekehrten Verhältnis stehen [wie Stoicheia VI.14.], verhält sich CB zu FG wie EF zu CK.

Wie CB zu FG verhält sich EF zu einer Strecke, zu der AC im gegebenen Verhältnis AC zu CK steht. Damit ist das Verhältnis AB zu CH und deshalb das Verhältnis AB zu EG gegeben.

Sind die Parallelogramme nun nicht gleichwinklig, ist über CB im Punkt C der dem Winkel EFG gleiche Winkel BCL anzulegen und das Parallelogramm CM zu vervollständigen.

Da dann die Winkel ACB, LCB gegeben sind, ist der Winkel ACL gegeben. Der Winkel CAL ist gegeben, womit auch der Winkel CLA und damit die Konfiguration des Dreiecks ACL gegeben ist.



Damit ist das Verhältnis AC zu CL gegeben.

Es verhält sich CB zu FG wie EF zu einer Strecke, zu der AC im gegebenen Verhältnis steht.

Da das Verhältnis AC zu CL gegeben ist, verhält sich CB zu FG wie FE zu CL. Da der Winkel BCL gleich EFG ist, ist somit das Verhältnis des Parallelogramms CM zu EG gegeben.

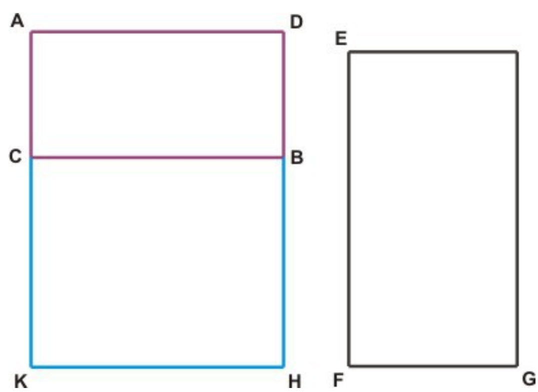
Das Parallelogramm CM ist gleich CD, also ist das Verhältnis des Parallelogramms CD zu EG gegeben.

LXXIV.

Stehen zwei Parallelogramme mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln in einem gegebenen Verhältnis, dann steht eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms im gleichen Verhältnis wie die andere Seite des anderen Parallelogramms zu einer Strecke, deren Verhältnis zur anderen Seite des einen Parallelogramms gegeben ist.

Wenn die beiden Parallelogramme AB, EG mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln an C, F in einem gegebenen Verhältnis stehen, dann, sage ich, verhält sich CB zu FG wie EF zu einer Strecke, deren Verhältnis zu AC gegeben ist.

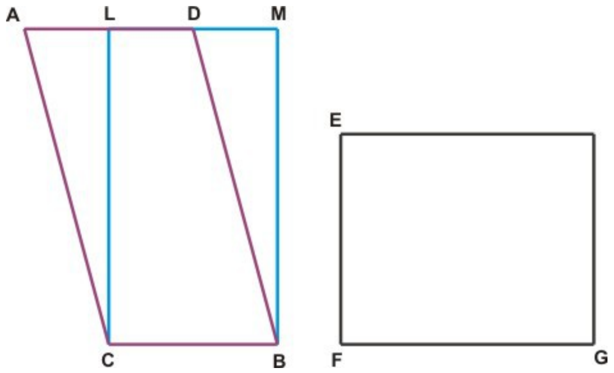
Denn das Parallelogramm AB ist zu EG gleichwinklig oder nicht. Ist es gleichwinklig, dann ist über CB das dem Parallelogramm EG gleiche Parallelogramm CH so zu errichten, dass AC, CK auf einer Geraden liegen. Es liegen dann auch DB, BH auf einer Geraden.



Da das Verhältnis AB zu EG gegeben und EG gleich CH ist, ist das Verhältnis AB zu CH und damit das Verhältnis AC zu CK gegeben.

Das Parallelogramm CH ist dem Parallelogramm EG gleich und gleichwinklig, also stehen ihre Seiten im umgekehrten Verhältnis [wie Stoicheia VI.14.]. Somit verhält sich CB zu FG wie EF zu CK. Da das Verhältnis CK zu AC gegeben ist, verhält sich deshalb CB zu FG wie EF zu einer Strecke, deren Verhältnis zu AC gegeben ist.

Sind die Parallelogramme nun nicht gleichwinklig, dann ist über CB im Punkt C der dem Winkel EFG gleiche Winkel LCB anzulegen und das dem AB gleiche Parallelogramm CM zu vervollständigen.



Das Verhältnis CD zu EG ist gegeben und CD ist gleich CM, also ist das Verhältnis CM zu EG gegeben.

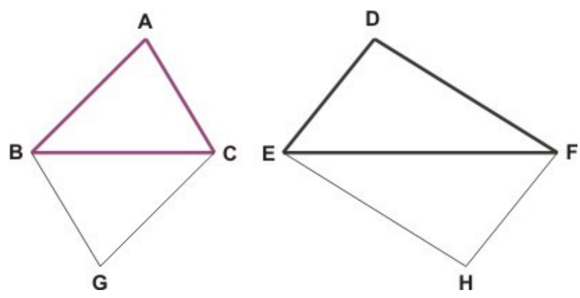
Da der Winkel LCB gleich dem Winkel EFG ist, verhält sich CB zu FG wie EF zu einer Strecke, zu der CL in einem Verhältnis steht, das gegeben ist.

Das Verhältnis CA zu CL ist [wie in LXXIII.] gegeben, also verhält sich CB zu FG wie EF zu einer Strecke, deren Verhältnis zu AC gegeben ist.

LXXV.

Stehen zwei Dreiecke mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln in einem gegebenen Verhältnis, dann steht eine Seite am Winkel im einen Dreieck zur Seite am Winkel im anderen Dreieck im gleichen Verhältnis wie die andere Seite am Winkel im anderen Dreieck zu einer Strecke, deren Verhältnis zur anderen Seite des einen Dreiecks gegeben ist.

Wenn die beiden Dreiecke ABC, DEF in einem gegebenen Verhältnis stehen und die Winkel an A, D, ob gleich oder ungleich, geben sind, dann, sage ich, verhält sich AB zu DE wie DF zu einer Strecke, deren Verhältnis zu AC gegeben ist.



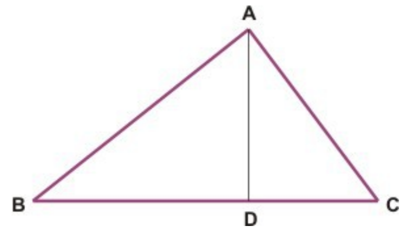
Denn wenn die Parallelogramme AG, DH vervollständigt werden, dann ist, da das Verhältnis ABC zu DEF gegeben ist, das Verhältnis des Parallelogramms AG zum Parallelogramm DH gegeben.

Da die beiden Parallelogramme AG, DH mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln in einem gegebenen Verhältnis stehen, verhält sich AB zu DE wie DF zu einer Strecke, deren Verhältnis zu AC gegeben ist [wie LXXIV.].

LXXVI.

Ist im Dreieck mit gegebener Konfiguration die Senkrechte durch die Spitze auf der Grundseite errichtet, dann ist ihr Verhältnis zur Grundseite gegeben.

Ist im Dreieck ABC, dessen Konfiguration gegeben ist, die Senkrechte AD auf BC durch A errichtet, dann, sage ich, ist das Verhältnis AD zu BC gegeben.



Denn mit der Konfiguration des Dreiecks ABC ist der Winkel ABD gegeben. Da auch der Winkel BDA gegeben ist, ist der ergänzende Winkel BAD gegeben.

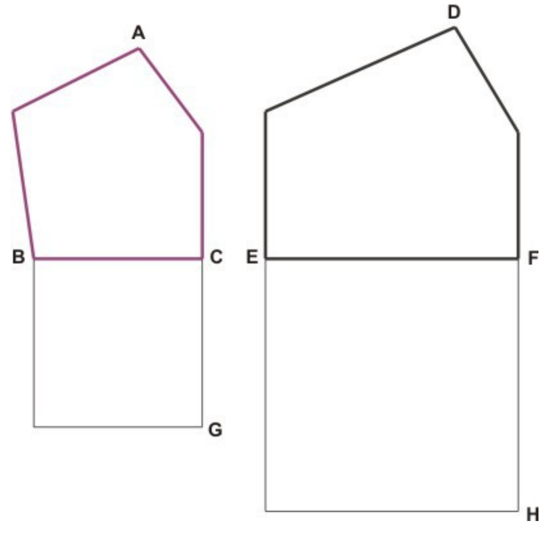
Damit ist die Konfiguration des Dreiecks ABD und somit das Verhältnis BA zu AD gegeben.

Das Verhältnis AB zu BC ist gegeben, also ist das Verhältnis AD zu BC gegeben.

LXXVII.

Ist das Verhältnis zweier Figuren mit gegebenen Konfigurationen gegeben, sind die Verhältnisse einer jeden Seite der einen zu einer jeden Seite der anderen Figur gegeben.

Wenn das Verhältnis der Figuren ABC, DEF und ihre Konfigurationen gegeben sind, dann, sage ich, sind die Verhältnisse einer jeden Seite der einen zu einer jeden Seite der anderen Figur gegeben.



Es sind über BC, EF die Quadrate BG, EH zu errichten.

Da dann über BC die beiden Figuren ABC, BG errichtet und ihre Konfigurationen gegeben sind, ist das Verhältnis ABC zu BG gegeben. Aus den gleichen Gründen ist das Verhältnis DEF zu EH gegeben.

Da das Verhältnis ABC zu DEF gegeben ist und die Verhältnisse ABC zu BG und DEF zu EH gegeben sind, ist somit das Verhältnis BG zu EH und damit das Verhältnis BC zu EF gegeben.

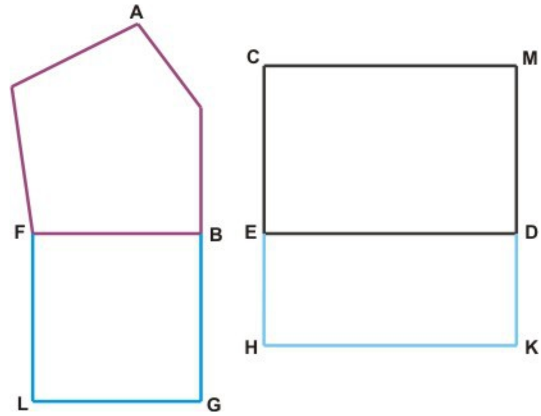
LXXVIII.

Ist das Verhältnis einer Figur mit gegebener Konfiguration zu einem Rechteck und das Verhältnis einer Seite des einen zu einer Seite des anderen gegeben, ist die Konfiguration des Rechtecks gegeben.

Wenn die Figur AFB, deren Konfiguration gegeben ist, zu einem beliebigen Rechteck CD in einem gegebenen Verhältnis steht und das Verhältnis der Seiten FB zu ED gegeben ist, dann, sage ich, ist die Konfiguration von CD gegeben.

Denn wenn über FB das Quadrat FG und über ED das dem Quadrat FG gleiche Parallelogramm EK so errichtet wird, dass CE und EH auf einer Geraden liegen, dann liegen auch MD und DK auf einer Geraden.

Da dann über FB die beiden Figuren AFB, FG, deren Konfigurationen zu geben sind, errichtet sind, ist das Verhältnis AFB zu FG gegeben.



Das Verhältnis AFB zu CD ist gegeben, also ist das Verhältnis FG zu CD und, da FG gleich EK ist, ist das Verhältnis CD zu EK gegeben.

Damit ist das Verhältnis CE zu EH gegeben [wie Stoicheia VI.1.].

Da FG dem Parallelogramm EK gleich und gleichwinklig ist, stehen ihre Seiten in umgekehrten Verhältnissen [wie Stoicheia VI.14.].

Damit verhält sich FB zu ED wie EH zu FL.

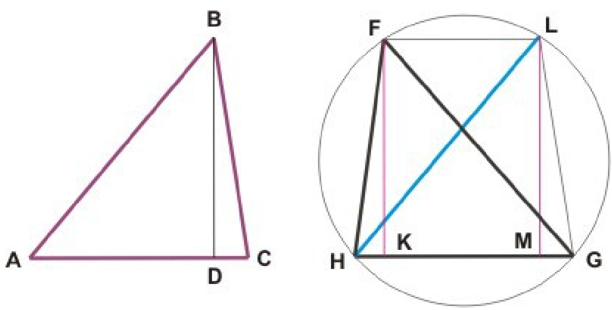
Das Verhältnis FB zu ED ist gegeben, also ist das Verhältnis EH zu FL gegeben.
Da das Verhältnis EH zu CE gegeben ist, ist auch das Verhältnis CE zu FL und, da LF gleich FB ist, das Verhältnis CE zu ED gegeben.

Das Rechteck CD liegt mit rechtem Winkel an E, deshalb ist die Konfiguration von CD gegeben.

LXXIX.
Zwei Dreiecke mit einem gleichen Winkel, bei derem einen die Senkrechte von diesem Winkel zur gegenüberliegenden Grundseite im gleichen Verhältnis zur Grundseite steht wie die entsprechende Senkrechte zur Grundseite im anderen Dreieck, sind einander gleichwinklig.

Wenn in den beiden Dreiecken ABC, HFG mit gleichem Winkel an F, B die Senkrechten BD, FK durch F, B errichtet sind und sich AC zu BD verhält wie HG zu KF, dann, sage ich, ist das Dreieck ABC dem Dreieck HFG gleichwinklig.

Es ist um das Dreieck HFG ein Kreis [wie Stoicheia IV.5.] mit dem Kreisabschnitt HFG zu beschreiben, an die Seite HG an H der dem Winkel BAC gleiche Winkel GHL anzulegen, es ist FL, LG zu ziehen und die Senkrechte LM zu errichten.



Da der Winkel BAD gleich dem Winkel LHG ist, ist der Winkel HLG gleich dem Winkel ABC, womit der ergänzende Winkel BCA gleich dem ergänzenden Winkel HGL ist.

Damit sind die Dreiecke BAC, HGL ähnliche Dreiecke, in denen die Senkrechten BD, LM errichtet sind, weshalb sich AC zu BD verhält wie HG zu LM.

Da sich AC zu BD auch verhält wie HG zu FK, verhält sich HG zu LM wie HG zu FK.

Damit ist FK gleich LM und da sie parallel sind, ist FL der HG parallel. Es ist deshalb der Winkel FLH gleich dem Winkel LHG.

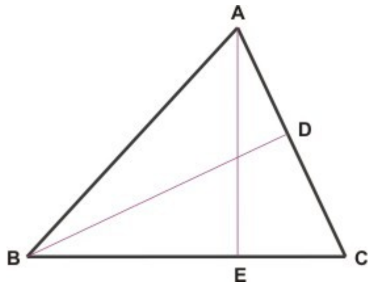
Der Winkel LHG ist gleich dem Winkel BAC und der Winkel FLH ist gleich dem Winkel FGH. Also ist der Winkel BAC gleich dem Winkel FGH. Da der Winkel ABC gleich dem Winkel HFG ist, ist der ergänzende Winkel BCA gleich dem ergänzenden Winkel FHG.

Deshalb ist das Dreieck ABC dem Dreieck FHG gleichwinklig.

LXXX.
Ist von einem Dreieck ein Winkel und das Verhältnis des Rechtecks aus den ihn einschließenden Seiten zum Quadrat über der übrigen Seite gegeben, ist die Konfiguration des Dreiecks gegeben.

Wenn vom Dreieck ABC der Winkel an A und das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Quadrat über BC gegeben ist, dann, sage ich, ist die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben.

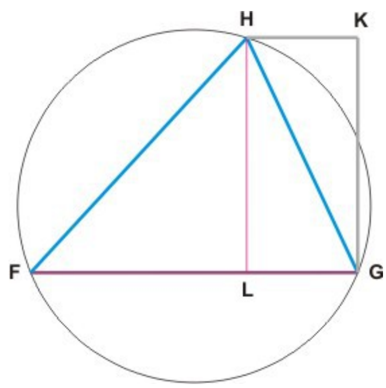
Denn wenn auf BC, CA die Senkrechten BD, AE durch A, B errichtet werden, ist, da die Winkel BAD, ADB gegeben sind, die Konfiguration des Dreiecks ADB gegeben.
Damit ist das Verhältnis AB zu BD und somit das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Rechteck aus AC mit BD gegeben.



Da das Rechteck aus AC mit BD gleich dem Rechteck aus BC mit AE ist, denn jedes ist gleich dem Doppelten des Dreiecks ABC, ist somit das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Rechteck aus BC mit AE gegeben.

Das Verhältnis des Rechtecks aus BA mit AC zum Quadrat über BC ist gegeben, womit das Verhältnis des Rechtecks aus BC mit AE zum Quadrat über BC und somit das Verhältnis BC zu AE gegeben ist.

Wird über einer Strecke FG, deren Lage und Länge gegeben ist, der Kreisabschnitt FHG so errichtet, dass sein Winkel FHG gleich dem Winkel BAC ist, dann ist, da der Winkel BAC gegeben ist, die Lage des Kreisabschnitts FHG gegeben.



Ist GK die Senkrechte auf FG durch G, dann verhält sich, da die Lage von GK gegeben ist, BC zu AE wie FG zu GK.

Ist das Verhältnis von BC zu AE gegeben, ist somit das Verhältnis FG zu GK gegeben. FG ist gegeben, somit ist die Strecke GK mit ihrer Lage gegeben.

Der Punkt G ist gegeben, also ist der Punkt K gegeben.

Wird durch K die zu FG parallele KH gelegt, ist die Lage von KH gegeben.

Da die Lage des Kreisabschnitts FHG zu geben ist, ist damit der Punkt H gegeben.

Werden FH, HG und die Senkrechte HL gezogen, dann ist HL gegeben.

Da der Punkt H zu geben ist und die Punkte F, G gegeben sind, sind die Lagen und Größen von HF, HG gegeben.

Die Strecke FG ist gegeben, also ist die Konfiguration des Dreiecks FHG gegeben.

Es verhält sich BC zu AE wie FG zu GK und, da GK gleich HL ist, verhält sich BC zu AE wie FG zu HL. Der Winkel BAC ist gleich dem Winkel FHG und somit ist das Dreieck ABC dem Dreieck HFG gleichwinklig. Da die Konfiguration des Dreiecks HFG gegeben ist, ist deshalb auch die Konfiguration des Dreiecks ABC gegeben,

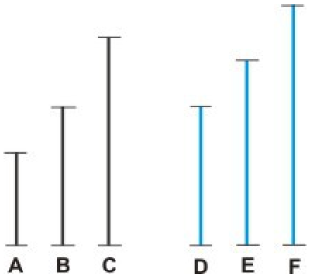
LXXXI.

Steht die erste von drei Strecken, die im gleichen Verhältnis stehen, zur ersten von drei anderen Strecken, die in einem gleichen Verhältnis stehen, sowie die dritte zur dritten in einem gegebenen Verhältnis, dann ist das Verhältnis der zweiten zur zweiten Strecke gegeben und

steht entweder die erste oder dritte Strecke zur ersten oder dritten Strecke dreier anderen Strecken, sowie die zweite zur zweiten Strecke in einem gegebenen Verhältnis, dann das Verhältnis der übrigen zur übrigen Strecke gegeben.

Wenn von den drei Strecken A, B, C, die im gleichen Verhältnis stehen, und den drei Strecken D, E. F, die in einem gleichen Verhältnis stehen, das Verhältnis A zu D und das Verhältnis C zu F gegeben ist, dann, sage ich, ist das Verhältnis B zu E gegeben.

Denn da das Verhältnis A zu D und das Verhältnis C zu F gegeben ist, ist das Verhältnis des Rechtecks aus A mit C zum Rechteck aus D mit F gegeben.



Das Rechteck aus A mit C ist gleich dem Quadrat über B und das Rechteck aus D mit F ist gleich dem Quadrat über E [wie Stoicheia VI.17.].

Somit ist das Verhältnis des Quadrats über B zum Quadrat über E und damit das Verhältnis B zu E gegeben.

Ist nun das Verhältnis A zu D und das Verhältnis B zu E gegeben, dann, sage ich, ist das Verhältnis C zu F gegeben.
Denn da die Verhältnisse A zu D und B zu E gegeben sind, ist das Verhältnis des Quadrats über B zum Quadrat über E gegeben.

Das Quadrat über B ist gleich dem Rechteck aus A mit C und das Quadrat über E ist gleich dem Rechteck aus D mit F. Somit ist das Verhältnis des Rechtecks aus A mit C zum Rechteck aus D mit F gegeben.

Das Verhältnis der Strecke A zur Strecke D ist gegeben, also ist das Verhältnis der übrigen Strecke C zur übrigen Strecke F gegeben [wie LXVIII.].

LXXXII.

Bei vier Strecken in Proportion steht die erste Strecke zu der Strecke, zu der die zweite in einem gegebenen Verhältnis steht, im gleichen Verhältnis wie die dritte zu der Strecke, zu der die vierte Strecke im gegebenen Verhältnis steht.

Wenn die vier Strecken A, B, C, D in Proportion stehen, wenn sich also A zu B verhält wie C zu D, dann, sage ich, verhält sich A zu einer Strecke, zu der B in einem gegebenen Verhältnis steht, wie C zu einer Strecke, zu der D im gegebenen Verhältnis steht.

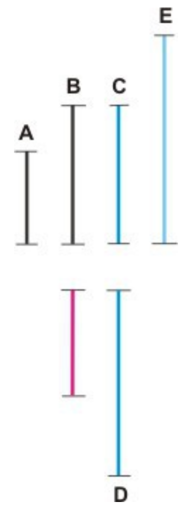
Denn ist E die Strecke, zu der B im gegebenen Verhältnis steht, dann verhält sich B zu E wie D zu einer Strecke F. Da das Verhältnis B zu E gegeben ist, ist das Verhältnis D zu F gegeben.

Es verhält sich A zu B wie C zu D und verhält sich B zu E wie D zu F, deshalb verhält sich aufgrund Gleichheit [wie Stoicheia V.22.] A zu E wie C zu F. Es steht damit B zu E im gegebenen Verhältnis wie auch D zu F, denn es steht A zu B im gleichen Verhältnis wie C zu D.

LXXXIII.

Wenn von vier Strecken drei und eine weitere Strecke, zu der die vierte in einem gegebenen Verhältnis steht, in Proportion stehen, dann steht die vierte zur dritten Strecke im gleichen Verhältnis wie die zweite zu einer Strecke, zu der die erste im gegebenen Verhältnis steht, und die damit gegeben ist.

Wenn von den vier Strecken A, B, C, D drei, nämlich A, B, C und eine weitere Strecke, nämlich E, zu der D in einem gegebenen Verhältnis steht, in Proportion stehen, wenn also A, B, C, E in Proportion stehen, dann, sage ich, steht D zu C im gleichen Verhältnis wie B zu einer Strecke, zu der A im gegebenen Verhältnis steht und die damit gegeben ist.



Denn da sich A zu B verhält wie C zu E, verhält sich das Rechteck aus A mit E wie das Rechteck aus B mit C. Damit ist das Verhältnis E zu D und deshalb das Verhältnis des Rechtecks aus A mit D zum Rechteck aus A mit E gegeben.

Da das Rechteck aus A mit E gleich dem Rechteck aus B mit C ist, ist somit das Verhältnis des Rechtecks aus D mit A zum Rechteck aus B mit C gegeben.

Deshalb verhält sich D zu C wie B zu der Strecke, zu der A im gegebenen Verhältnis steht und die damit gegeben ist.

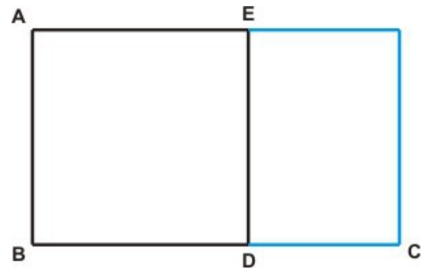
Anmerkung:

Ist von einer Proportion aus vier Größen A, B, C, E bekannt, dass eine Größe D auf E gerundet ist, dann kann, wenn die Größe der Rundung gegeben ist, die korrekte Proportion wieder gefunden werden.

LXXXIV.

Zwei Strecken, die einen gegebenen Winkel einschließen und eine gegebene Fläche ergeben und von denen die Größe gegeben ist, um die die größere Strecke größer als die kleinere ist, sind gegeben.

Wenn die Fläche AC über den Strecken AB, BC gegeben ist, die den gegebenen Winkel ABC einschließen, wobei CB um eine gegebene Größe größer ist als BA, dann sage ich, ist sowohl AB wie BC gegeben.



Denn da BC größer als BA ist, sei sie um DC größer, und da DB gleich BA ist, ist AD zu vervollständigen. Damit ist das Verhältnis AB zu DB gegeben.

Da der Winkel ABD gegeben ist, ist die Konfiguration von AD gegeben.

Die gegebene Fläche AC ist um AD, deren Konfiguration zu geben ist, größer als die, die über der gegebenen DC errichtet ist [wie LIX.]. Also ist BD gegeben.

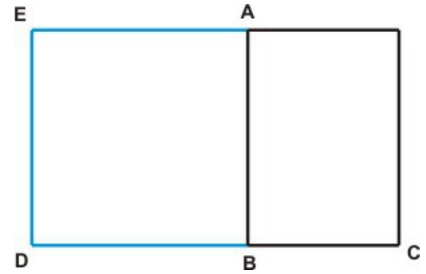
Da DC gegeben ist, ist die ganze BC gegeben. Also ist sowohl AB wie BC gegeben.

LXXXV.

Zwei Strecken, die einen gegebenen Winkel einschließen und eine Fläche, von der die Größe gegeben ist, sind gegeben.

Wenn die Fläche AC über den Strecken AB, BC gegeben ist, die den gegebenen Winkel ABC einschließen, wobei die Größe gegeben ist, die AB, BC zusammen ergeben, dann, sage ich, ist sowohl AB wie BC gegeben.

Denn wenn CB um BD, die der AB gleich ist, bis D verlängert und durch D die zu BA parallele DE gezogen wird, kann AD vervollständigt werden.



Da DB gleich BA ist und da der Ergänzungswinkel ABD gegeben ist, ist die Konfiguration von EB gegeben.

Es sind AB, BC zusammen gegeben und AB ist gleich BD, also ist DC gegeben.

Da zur gegebenen Fläche AC die Figur EB fehlt, um sie zur Fläche zu ergänzen, die über der zu gebenden DC errichtet ist, sind AB, BD gegeben [wie LVIII.].

Es sind AB, BC zusammen gegeben, also ist die restliche BC gegeben.

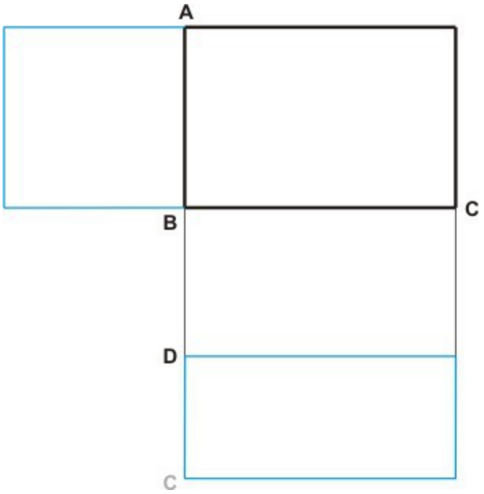
Deshalb sind sowohl AB wie BC gegeben.

LXXXVI.

Zwei Strecken, die einen gegebenen Winkel einschließen und eine gegebene Fläche ergeben, von denen das Quadrat über der einen um eine Größe, die zum Quadrat über der anderen in einem gegebenen Verhältnis steht, größer ist als das Quadrat über der anderen, sind gegeben.

Wenn die Fläche AC über den Strecken AB, BC gegeben ist, die den gegebenen Winkel ABC einschließen, und das Quadrat über CB um eine gegebene Größe, die zum Quadrat über BA in einem gegebenen Verhältnis steht, größer ist als das Quadrat über AB, dann, sage ich, ist sowohl AB wie BC gegeben.

Denn da das Quadrat über CB größer ist als das Quadrat über AB, sei es um das Rechteck aus CB mit BD größer; das Verhältnis des übrigen Rechtecks aus DC mit CB zum Quadrat über AB ist somit gegeben.



Das Rechteck aus AB mit BC und das Rechteck aus CB mit BD ist gegeben, also ist ihr Verhältnis gegeben.

Da sich das Rechteck aus AB mit BC zum Rechteck aus CB mit DB verhält wie AB zu BD, ist das Verhältnis AB zu BD und damit das Verhältnis des Quadrats über AB zum Quadrat über BD gegeben.

Da das Verhältnis des Quadrats über AB zum Rechteck aus BC mit CD gegeben ist, ist somit das Verhältnis des Rechtecks aus BC mit CD zum Quadrat über DB und damit das Verhältnis von vier Rechtecken aus BC mit CD zusammen mit dem Quadrat über BD zum Quadrat über BD gegeben.

Die vier Rechtecke aus BC mit CD zusammen mit dem Quadrat über BD sind gleich dem Quadrat über BC, CD zusammen [wie Stoicheia II.8.]. Somit ist das Verhältnis des Quadrats über BC, CD zusammen zum Quadrat über BD und somit das Verhältnis von BC, CD zusammen zu BD gegeben. Damit ist das Verhältnis CB zu BD gegeben [wie VI.].

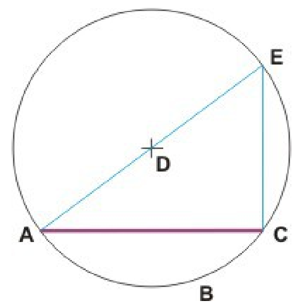
Es verhält sich CB zu BD wie das Rechteck aus CB mit BD zum Quadrat über BD, womit das Verhältnis des Rechtecks aus CB mit BD zum Quadrat über BD gegeben ist. Das Rechteck aus CB mit BD ist gegeben, somit auch das Quadrat über BD und damit auch BD und deshalb auch BC.

Das Rechteck AC mit dem Winkel an B ist gegeben, also ist AB gegeben.
Deshalb ist sowohl AB wie BC gegeben.

LXXXVII. [Hardy 88]

Die Länge der Sehne, die von einem Kreis, dessen Größe gegeben ist, einen Kreisabschnitt mit gegebenem Winkel abteilt, ist gegeben.

Wenn vom Kreis ABC, dessen Größe gegeben ist, die Sehne AC den Kreisabschnitt AEC mit gegebenem Winkel abteilt, dann, sage ich, ist die Länge von AC



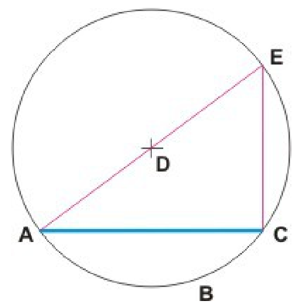
Denn wird durch den Mittelpunkt D des Kreises der Radius AD bis E verlängert und wird CE gezogen, dann ist der Winkel ACE gegeben [wie Stoicheia III.31.]. Da der Winkel AEC gegeben ist [wie Stoicheia III.27.], ist auch der ergänzende Winkel CAE und damit die Konfiguration des Dreiecks ACE gegeben.

Damit ist das Verhältnis AE zu AC und, da EA mit der Größe des Kreises gegeben ist, die Länge der Sehne AC gegeben.

LXXXVIII. [Hardy 89]

Der Winkel des Kreisabschnitts, der von einem Kreis, dessen Größe gegeben ist, durch eine Sehne gegebener Länge abgeteilt wird, ist gegeben.

Wenn im Kreis ABC, dessen Größe gegeben ist, die Sehne AC mit gegebener Länge gezogen ist, dann, sage ich, ist der Winkel des abgeschnittenen Kreisabschnitts gegeben.

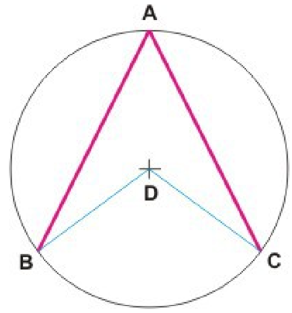


Denn wird durch den Mittelpunkt D des Kreises der Radius AD bis E verlängert und wird CE gezogen, ist sowohl EA wie AC gegeben. Es ist somit das Verhältnis EA zu AC gegeben.

Der Winkel ACE ist ein rechter Winkel, also ist die Konfiguration des Dreiecks ACE und damit der Winkel AEC gegeben.

LXXXIX. [Hardy 90]

Wird von einem Punkt einer Kreislinie eines gegebenen Kreises aus eine Sehne und von deren Endpunkt die gleich lange andere Sehne gezogen, die mit der einen Sehne einen gegebenen Winkel einschließt, dann ist der Endpunkt der anderen Sehne gegeben.



Wenn vom Punkt B auf der Kreislinie des gegebenen Kreises ABC eine Sehne und von deren Endpunkt die gleich lange andere Sehne gezogen wird, die mit der einen Sehne den gegebenen Winkel BAC einschließt, dann, sage ich, ist der Punkt C gegeben.

Denn wenn die Radien BD, DC eingetragen werden, dann ist, da sowohl B wie auch der Mittelpunkt D gegeben ist, die Lage von BD gegeben. Da der Winkel BAC gegeben ist, ist der Winkel BDC gegeben [wie Stoicheia III.20.].

Ist am Radius BD im Mittelpunkt D der zu gebende Winkel BDC angelegt, ist der Radius CD gegeben.

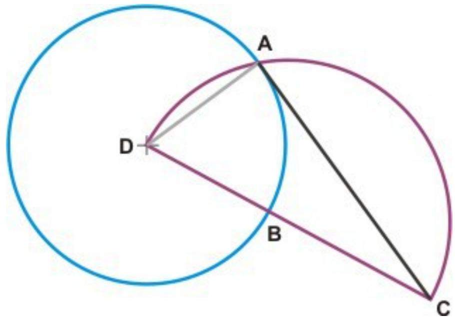
Der Kreis ABC ist gegeben, also ist der Punkt C gegeben.

XC. [Hardy 91]

Liegt eine Gerade durch einen gegebenen Punkt so, dass sie einen gegebenen Kreis in einem Punkt berührt, dann ist die Länge und die Lage der Strecke zwischen den Punkten gegeben.

Wenn die Gerade CA durch den gegebenen Punkt C den gegebenen Kreis AB im Punkt A berührt, dann, sage ich, ist die Lage und die Länge der Strecke CA gegeben.

Denn wenn durch den Mittelpunkt D des Kreises die Strecken DA, DC gezogen werden, dann ist, da sowohl D wie C gegeben sind, DC gegeben.



Da der Winkel DAC ein rechter Winkel ist, geht der Halbkreis DAC über DC durch A und die Lage des Halbkreises ist somit gegeben. Der Kreis AB ist gegeben, also ist A gegeben.

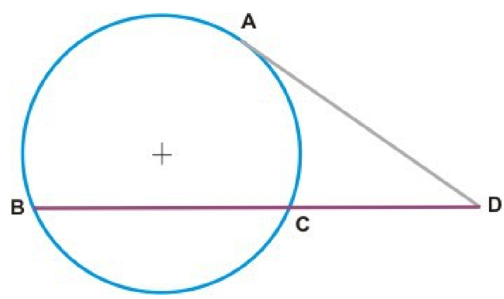
Da C gegeben ist, ist deshalb die Lage und Länge der Strecke AC gegeben.

XCI. [Hardy 92]

Ist ein Punkt außerhalb eines gegebenen Kreises gegeben, dann ist das Rechteck aus dem äußeren Abschnitt auf einer schneidenden Geraden durch diesen Punkt mit der aus dem inneren und äußeren Abschnitt zusammengesetzten Strecke gegeben.

Wenn die Gerade DB durch den gegebenen Punkt D außerhalb des gegebenen Kreises ABC den Kreis schneidet, dann, sage ich, ist das

Denn wenn die Gerade DB durch den Punkt D so an den Kreis ABC gelegt wird, dass sie den Kreis im Punkt A berührt [wie Stoicheia III.17.], dann ist die Länge und die Lage der Strecke AD gegeben [wie XC.]. Ist AD gegeben, ist das Quadrat über AD gegeben.



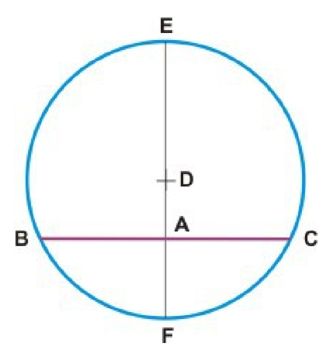
Da das Quadrat über AD gleich dem Rechteck aus BD mit DC ist [wie Stoicheia III.36.], ist deshalb das Rechteck aus BD mit DC gegeben.

XCII. [Hardy 93]

Ist ein Punkt innerhalb eines gegebenen Kreises gegeben, dann ist das Rechteck aus den Abschnitten einer Geraden durch diesen Punkt gegeben.

Wenn durch den gegebenen Punkt A innerhalb des gegebenen Kreises BC die Gerade BC verläuft, dann, sage ich, ist das Rechteck aus CA mit AB gegeben.

Denn wenn durch den Mittelpunkt D des Kreises die Gerade AD verläuft, die die Kreislinie in E, F schneidet, dann ist, da D, A gegeben sind, die Lage von AD gegeben.



Da der Kreis CBF gegeben ist, sind F, E gegeben.
Da A gegeben ist, sind FA, AE und ist das Rechteck aus FA mit AE gegeben.

Das Rechteck aus FA mit AE ist gleich dem Rechteck aus BA mit AC [wie Stoicheia III.35.], also ist das Rechteck aus CA mit AB gegeben.

XCIII. [Hardy 94]

Wird der Winkel eines Kreisabschnitts eines Kreises, dessen Größe gegeben ist, über einer gegebenen Grundseite in zwei gleiche Teile geteilt, dann ist das Verhältnis der Abschnitte auf den Geraden, die den Winkel einschließen, zusammen zur Winkelhalbierenden und ist das Rechteck aus diesen Abschnitten zusammen mit dem Abschnitt auf der Winkelhalbierenden, der dem Winkel gegenüber liegt, gegeben.

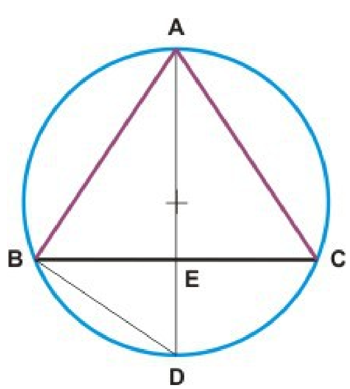
Wenn vom Kreis ABC, dessen Größe gegeben ist, ein Kreisabschnitt mit der gegebenen Grundseite BC und dem Winkel BAC geschnitten und dieser Winkel durch die Gerade AD in zwei gleiche Teile geteilt wird, wobei AD die Grundseite BC in E und die Kreislinie in D schneidet, dann, sage ich, ist das Verhältnis von BA, AC zusammen zu AD und ist das Rechteck von BA, AC zusammen mit ED gegeben.

Denn da vom Kreis ABC, dessen Größe gegeben ist, der Kreisabschnitt BAC mit der Grundseite BC und dem Winkel BAC geschnitten ist, ist die Länge von BC gegeben [wie LXXXVII.].

Es ist BD zu ziehen, womit aus den gleichen Gründen die Länge von BD gegeben ist. Damit ist das Verhältnis BC zu BD gegeben.

Der Winkel BAC wird durch AD in zwei gleiche Teile geteilt, also verhält sich BA zu AC wie BE zu EC und, nach Umordnung [wie Stoicheia V.16.], verhält sich AB zu BE wie AC zu CE. Damit verhält sich BA, AC zusammen zu BC wie AC zu CE.

Der Winkel BAE ist gleich dem Winkel EAC und der Winkel ACE ist gleich dem Winkel BDE [wie Stoicheia III.21.], somit ist der ergänzende Winkel AEC gleich dem ergänzenden Winkel ABD. Deshalb ist das Dreieck AEC dem Dreieck ABD gleichwinklig und es verhält sich AC zu CE wie AD zu BD.



Da sich AC zu CE verhält wie BA, AC zusammen zu BC, verhält sich BA, AC zusammen zu BC wie AD zu DB und, nach Umordnung, verhält sich BA, AC zusammen zu AD wie BC zu BD. Das Verhältnis BC zu BD ist gegeben, also ist das Verhältnis von BA, AC zusammen zu AD gegeben.

Zu dem, sage ich, ist das Rechteck aus BA, AC zusammen mit ED gegeben.

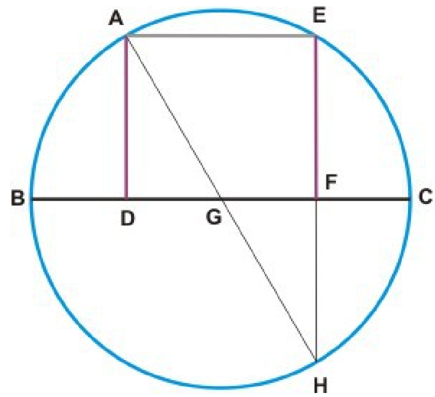
Denn da das Dreieck AEC dem Dreieck DEB gleichwinklig ist, verhält sich BD zu DE wie AC zu CE. Es verhält sich AC zu CE wie BA, AC zusammen zu BC, also verhält sich BA, AC zusammen zu CB wie BD zu DE. Das Rechteck aus BA, AC zusammen mit ED ist damit gleich dem Rechteck CB mit BD [wie Stoicheia VI.16.].

Da das Rechteck aus CB mit BD gegeben ist, ist deshalb das Rechteck aus BA, AC zusammen mit ED gegeben.

XCIV. [Hardy 95]

Wird durch einen gegebenen Punkt auf dem Durchmesser eines gegebenen Kreises eine Gerade gelegt, an deren Schnittpunkt mit der Kreislinie die Senkrechte errichtet und durch deren Schnittpunkt mit der Kreislinie die Parallele zur Geraden gezogen, dann ist der Schnittpunkt dieser Parallelen mit dem Durchmesser und ist das Rechteck aus den parallelen Strecken gegeben.

Wenn durch den gegebenen Punkt D auf dem Durchmesser BC des gegebenen Kreises ABC die Gerade DA gelegt wird, im Punkt A die senkrechte AE errichtet und durch E die zu AD parallele EF gezogen wird, dann, sage ich, ist der Punkt F und ist das Rechteck aus AD mit EF gegeben.



Es ist EF bis H zu verlängern und AH zu ziehen.

Da der Winkel HEA ein rechter Winkel und HA wie BC ein Durchmesser und G der Mittelpunkt des Kreises ABC ist, ist der Punkt G gegeben.

Der Punkt D ist gegeben, also ist die Länge von DG gegeben.

Da AD der EH parallel und HG gleich GA ist, ist DG gleich GF und ist AD gleich FH.

Die Länge von DG ist gegeben, also ist die Länge von FG gegeben. Da auch ihre Lagen gegeben sind, sind sowohl GF wie auch GD gegeben.

Es ist der Punkt G und damit der Punkt F gegeben.

Da durch den Punkt F im gegebenen Kreis ABC die Gerade EFH verläuft, ist das Rechteck aus EF mit FH gegeben.

Da HF gleich DA ist, ist deshalb das Rechteck aus AD mit EF gegeben.