

Euklides: Dedomena

(Die „Data“ des Euklid)

Zusammenstellung der Lehrsätze

- I. Von angegebenen Größen ist das Verhältnis, in denen sie stehen, gegeben.
- II. Die in einem Verhältnis stehende Größe ist gegeben, wenn die andere Größe im angegebenen Verhältnis angegeben ist.
- III. Sind Größen zur Zusammensetzung angegeben, dann ist die zusammengesetzte Größe gegeben.
- IV. Wenn eine Größe angegeben ist und eine, deren Wegnahme angegeben ist, ist die restliche Größe gegeben.
- V. Das Verhältnis einer Größe zu einem ihrer Teile ist gegeben, wenn ihr Verhältnis zum übrigen Teil angegeben ist.
- VI. Die Verhältnisse, in denen eine angegebene Größe zu ihren Teilen steht, sind gegeben, wenn das Verhältnis der Teile zueinander angegeben ist.
- VII. Die Größe von Teilen ist gegeben, wenn das Verhältnis der Teile der geteilten Größe zueinander angegeben ist.
- VIII. Das Verhältnis von Größen ist gegeben, wenn die Verhältnisse angegeben sind, in denen die Größen zur gleichen Größe stehen.
- IX. Die Verhältnisse, in denen zwei oder mehr Größen zueinander stehen, sind gegeben, wenn die Verhältnisse angegeben sind, in denen die Größen zu gleich vielen anderen und in denen diese zueinander stehen.
- X. Ist eine Größe um eine gegebene Größe größer als die, die zu einer anderen in einem angegebenen Verhältnis steht, dann ist die Größe gegeben, um die sie zusammen mit der anderen größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis zur anderen Größe steht und
sind zwei Größen zusammen um eine angegebene Größe größer als die, die zu einer der beiden Größen in einem angegebenen Verhältnis steht, dann ist entweder die Größe gegeben, um die die eine der beiden Größen größer ist als die, die zur anderen im gegebenen Verhältnis steht, oder es ist die Größe gegeben, die um die eine der beiden Größen größer ist als die, die zur anderen im gegebenen Verhältnis steht.
- XI. Ist eine Größe um eine angegebene Größe, die zu einer anderen in einem angegebenen Verhältnis steht, größer als diese und ist ihr Verhältnis zu der Größe angegeben, um die sie größer ist, dann ist das Verhältnis der Größe, um die sie größer ist, zu den beiden anderen Größen zusammen angegeben und
ist eine von zwei Größen um eine angegebene Größe größer als die andere, deren Verhältnis zu den beiden Größen zusammen angegeben ist, dann ist ihr Verhältnis zu den beiden Größen gegeben.
- XII. Sind zu drei Größen die Summe der ersten mit der zweiten und die Summe der zweiten mit der dritten angegeben, dann ist entweder die erste gleich der dritten Größe oder es ist die eine um eine Größe, die gegeben ist, größer als die andere.

XIII. Ist zu drei Größen das Verhältnis der ersten zur zweiten angegeben und ist die zweite um eine gegebene Größe größer als die Größe, die zur dritten in einem angegebenen Verhältnis steht, dann ist die Größe gegeben, um die die erste Größe größer ist als die, die zur dritten in diesem gegebenen Verhältnis steht.

XIV. Wird zu jeder von zwei Größen, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, eine gegebene Größe hinzugefügt, dann stehen sie mit diesen zusammen entweder im gegebenen Verhältnis oder in einem Verhältnis, zu dem die Größe, um die die andere zusammengesetzte Größe größer ist als die, die im gegebenen Verhältnis steht, gegeben ist.

XV. Wird von jeder von zwei Größen, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, eine angegebene Größe weggenommen, dann stehen die restlichen Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder in einem Verhältnis, zu dem die Größe, um die die eine restliche Größe größer ist als die, die im angegebenen Verhältnis steht, gegeben ist.

XVI. Wird von einer von zwei Größen, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, eine angegebene Größe weggenommen und wird zur anderen eine angegebene Größe hinzugefügt, dann ist das Verhältnis gegeben, in dem die zusammengesetzte Größe der einen zur restlichen Größe der anderen steht.

XVII. Ist die eine von drei Größen um eine angegebene Größe größer als die, die zur zweiten in einem angegebenen Verhältnis steht, und ist auch die dritte Größe um eine angegebene Größe größer als die, die zur zweiten im angegebenen Verhältnis steht, dann steht die erste zur dritten Größe entweder im angegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.

XVIII. Ist eine von drei Größen um eine angegebene Größen größer als die Größen, die zu den beiden anderen Größen in einem angegebenen Verhältnis stehen, dann stehen die beiden anderen Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht als größere Größe zur anderen in einem Verhältnis, das gegeben ist.

XIX. Ist von drei Größen die erste um eine angegebene Größe größer als die, die zur zweiten in einem angegebenen Verhältnis steht, und ist die zweite um eine angegebene Größe größer als die, die zur dritten im gegebenen Verhältnis steht, dann ist die erste um eine Größe, die gegeben ist, größer als die, die zur dritten Größe im Verhältnis steht.

XX. Werden von zwei gegebenen Größen jeweils Größen weggenommen, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, dann stehen die restlichen Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht zur anderen als größere Größe in einem Verhältnis, das damit gegeben ist.

XXI. Werden zwei gegebenen Größen jeweils Größen hinzugefügt, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, dann stehen die zusammengesetzten Größen entweder im gegebenen Verhältnis oder eine der Größen steht zur anderen als größere Größe in einem Verhältnis, das gegeben ist.

XXII. Stehen zwei Größen zu einer anderen Größe in einem angegebenen Verhältnis, dann ist das Verhältnis gegeben, in dem sie zusammen zu der anderen Größe stehen.

XXIII. Stehen zwei Größen in einem angegebenen Verhältnis und sind auch die Verhältnisse der Teile der einen zu den Teilen der anderen angegeben, dann sind die Verhältnisse aller Größen untereinander gegeben.

XXIV. Stehen drei Strecken in gleicher Proportion und ist das Verhältnis der ersten Strecke zur dritten angegeben, dann ist ihr Verhältnis zur zweiten gegeben.

XXV. Der Schnittpunkt zweier gegebenen Geraden ist gegeben, wenn ihre Lage angegeben ist.

XXVI. Sind die Örter der Endpunkte einer Strecke angegeben, dann sind Ort und Größe der Strecke gegeben.

XXVII. Ist ein Endpunkt einer mit Ort und Größe angegebenen Strecke angegeben, dann ist der andere Endpunkt gegeben.

XXVIII. Die Lage einer Gerade durch einen angegebenen Punkt, die einer gegebenen Geraden als parallel angegeben ist, ist gegeben.

XXIX. Geht durch einen angegebenen Punkt auf einer Geraden, deren Lage gegeben ist, eine andere Gerade, die einen angegebenen Winkel bildet, dann ist ihre Lage gegeben.

XXX. Die Lage einer Geraden, die durch einen angegebenen Punkt so gelegt wird, dass sie mit einer gegebenen Geraden einen angegebenen Winkel bildet, ist gegeben.

XXXI. Der Ort einer Strecke gegebener Größe, die von einem angegebenen Punkt an eine gegebene Gerade gelegt wird, ist gegeben.

XXXII. Die Größe einer Strecke zwischen zwei gegebenen Parallelen, die mit ihr einen angegebenen Winkel bildet, ist gegeben.

XXXIII. Die Winkel, die eine gegebene Strecke zwischen zwei angegebenen Parallelen mit diesen bilden, sind gegeben.

XXXIV. Schneidet eine Gerade durch einen angegebenen Punkt zwei gegebene Parallelen, dann ist das Verhältnis der Abschnitte gegeben.

XXXV. Schneidet eine Gerade durch einen angegebenen Punkt eine gegebene Gerade und ist der Abschnitt in einem angegebenen Verhältnis geteilt, wobei durch den teilenden Punkt die Parallele zur geschnittenen Geraden verläuft, dann ist diese Parallele an ihrem Ort gegeben.

XXXVI. Schneidet eine Gerade durch einen angegebenen Punkt zwei Parallelen und ist das Verhältnis ihrer Abschnitte und die Lage einer der Parallelen angegeben, dann ist die Lage der anderen Parallelen gegeben.

XXXVII. Werden zwei gegebene Parallelen von einer Geraden geschnitten, deren Abschnitt in einem angegebenen Verhältnis geteilt ist, dann ist die Lage der Parallelen durch den Punkt der Teilung gegeben.

XXXVIII. Werden zwei gegebene Parallelen von einer Geraden geschnitten, an deren Abschnitt ein weiterer Abschnitt in einem angegebenen Verhältnis liegt, dann ist die Lage der Parallelen durch seinen Endpunkt gegeben.

XXXIX. Die Konfiguration eines Dreiecks ist durch die angegebenen Seitenlängen gegeben.

XL. Die Konfiguration eines Dreiecks ist durch die angegebenen Winkel gegeben.

XLI. Die Konfiguration eines Dreiecks, von dem ein Winkel und das Verhältnis der Seiten, die ihn einschließen, angegeben ist, ist gegeben.

XLII. Die Konfiguration eines Dreiecks ist durch die angegebenen Verhältnisse seiner Seiten gegeben.

XLIII. Die Konfiguration eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem das Verhältnis der Seiten angegeben ist, die einen der spitzen Winkel einschließen, ist gegeben.

XLIV. Die Konfiguration eines Dreiecks von dem ein Winkel und das Verhältnis der Seiten angegeben ist, die einen der anderen Winkel einschließen, ist gegeben.

XLV. Die Konfiguration eines Dreiecks, von dem ein Winkel und das Verhältnis der beiden ihn einschließenden Seiten zusammen zur übrigen Seite angegeben ist, ist gegeben.

XLVI. Die Konfiguration eines Dreiecks, von dem ein Winkel und das Verhältnis der beiden Seiten, die einen der anderen Winkel einschließen, zusammen zum übrigen Winkel angegeben ist, ist gegeben.

XLVII. Eine gradlinige Figur, deren Konfiguration angegeben ist, ist in Dreiecke aufteilbar, deren Konfigurationen gegeben sind.

XLVIII. Das Verhältnis zweier Dreiecke, die über der selben Strecke errichtet und deren Konfigurationen angegeben sind, ist gegeben.

XLIX. Das Verhältnis zweier gradliniger Figuren, die über der selben Strecke errichtet und deren Konfigurationen angegeben sind, ist gegeben.

L. Das Verhältnis zweier ähnlicher gradliniger Figuren, die über zwei Strecken, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, ähnlich errichtet sind, ist gegeben.

LI. Das Verhältnis zweier gradliniger Figuren, die über zwei Strecken, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, errichtet und deren Konfigurationen angegeben sind, ist gegeben.

LII. Die Größe einer gradlinigen Figur, die über einer Strecke angegebener Größe errichtet und deren Konfiguration angegeben ist, ist gegeben.

LIII. Ist das Verhältnis einer Seite zu einer Seite der anderen von zwei gradlinigen Figuren mit gegebenen Konfigurationen angegeben, dann sind die Verhältnisse der übrigen Seiten der einen zu den übrigen Seiten der anderen Figur gegeben.

LIV. Die Verhältnisse der Seiten zweier gradliniger Figuren mit angegebenen Konfigurationen, deren Verhältnis gegeben ist, sind gegeben.

LV. Die Seitenlängen einer Fläche, deren Größe und Konfiguration angegeben ist, sind gegeben.

LVI. Ist das Verhältnis zweier gleichwinkliger Parallelogramme angegeben, dann steht eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms in dem Verhältnis der anderen Seite des andern Parallelogramms zu einer Strecke, zu der die andere Seite des einen Parallelogramms im gegebenen Verhältnis der Parallelogramme steht.

LVII. Die Seitenlänge einer gegebenen Fläche, die über einer Strecke angegebener Größe mit gegebenem Winkel errichtet ist, ist gegeben.

LVIII. Fehlt zu einer gegebenen Fläche eine gradlinige Figur mit angegebener Konfiguration, um sie zur Fläche zu ergänzen, die über einer angegebenen Strecke zu errichten ist, dann sind die Seitenlängen dieser Figur gegeben.

LIX. Ist eine gegebene Fläche um eine gradlinige Figur mit angegebener Konfiguration größer als die, die über einer angegebenen Strecke zu errichten ist, dann sind die Seitenlängen dieser Figur gegeben.

LX. Ist ein Parallelogramm, dessen Konfiguration und Größe angegeben ist, um ein angegebenes Gnomon vergrößert oder verkleinert, dann sind die Seitenlängen des Gnomons gegeben.

LXI. Ist über einer Seite einer gradlinigen Figur mit angegebener Konfiguration mit einem gegebenen Winkel ein Parallelogramm errichtet, das in einem angegebenen Verhältnis zur Figur steht, dann ist die Konfiguration des Parallelogramms gegeben.

LXII. Ist über der einen von zwei Strecken mit gegebenem Verhältnis eine gradlinige Figur, deren Konfiguration angegeben ist, und über der anderen mit gegebenem Winkel ein Parallelogramm errichtet, dessen Verhältnis zur Figur angegeben ist, dann ist die Konfiguration des Parallelogramms gegeben.

LXIII. Ist die Konfiguration eines Dreiecks angegeben, dann ist das Verhältnis des Quadrats über jeder seiner Seiten zum Dreieck gegeben.

LXIV. In einem stumpfwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Seite, die dem gegebenen stumpfen Winkel gegenüber liegt, größer als die Quadrate über den Seiten, die den stumpfen Winkel einschließen, zusammen und der Unterschied steht zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

LXV. In einem spitzwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Seite, die dem gegebenen spitzen Winkel gegenüber liegt, kleiner als die Quadrate über den Seiten, die den spitzen Winkel einschließen, zusammen und der Unterschied steht zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

LXVI. In einem gegebenen Dreieck steht das Rechteck aus den Seiten, die einen angegebenen Winkel einschließen, zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

LXVII. In einem gegebenen Dreieck ist das Quadrat über den beiden Seiten zusammen, die einen angegebenen Winkel einschließen, größer als das Quadrat über der übrigen Seite und der Unterschied steht zum Dreieck in einem Verhältnis, das gegeben ist.

LXVIII. Ist von zwei gleichwinkligen Parallelogrammen, deren Verhältnis angegeben ist, das Verhältnis einer Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms angegeben, dann sind die Verhältnisse der einen übrigen Seiten zu den anderen übrigen Seiten gegeben.

LXIX. Sind von zwei Parallelogrammen, die in einem angegebenen Verhältnis stehen, die Winkel und das Verhältnis einer Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms angegeben, dann sind die Verhältnisse der einen übrigen Seiten zu den anderen übrigen Seiten gegeben.

LXX. Das Verhältnis zweier Parallelogramme, von denen die Verhältnisse der Seiten angegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebene Winkel einschließen, ist gegeben.

LXXI. Das Verhältnis zweier Dreiecke, von denen die Verhältnisse der Seiten angegeben sind, die gleiche oder ungleiche gegebenen Winkel einschließen, ist gegeben.

LXXII. Das Verhältnis zweier Dreiecke, von denen das Verhältnis der Grundseiten und das Verhältnis von teilenden Strecken durch den ihnen gegenüber liegenden Dreieckspunkt angegeben ist, die mit ihnen gleiche oder ungleiche gegebene Winkel einschließen, ist gegeben.

LXXIII. Steht von zwei Parallelogrammen mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms im gleichen Verhältnis wie die andere Seite des anderen Parallelogramms zu einer Strecke, deren Verhältnis zur anderen Seite des einen Parallelogramms angegeben ist, dann ist das Verhältnis der beiden Parallelogramme gegeben.

LXXIV. Stehen zwei Parallelogramme mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln in einem angegebenen Verhältnis, dann steht eine Seite des einen zu einer Seite des anderen Parallelogramms im gleichen Verhältnis wie die andere Seite des anderen Parallelogramms zu einer Strecke, deren Verhältnis zur anderen Seite des einen Parallelogramms gegeben ist.

LXXV. Stehen zwei Dreiecke mit gleichen oder ungleichen gegebenen Winkeln in einem angegebenen Verhältnis, dann steht eine Seite am Winkel im einen Dreieck zur Seite am Winkel im anderen Dreieck im gleichen Verhältnis wie die andere Seite am Winkel im anderen Dreieck zu einer Strecke, deren Verhältnis zur anderen Seite des einen Dreiecks gegeben ist.

LXXVI. Ist im Dreieck mit angegebener Konfiguration die Senkrechte durch die Spitze auf der Grundseite errichtet, dann ist ihr Verhältnis zur Grundseite gegeben.

LXXVII. Ist das Verhältnis zweier Figuren mit angegebenen Konfigurationen angegeben, dann sind die Verhältnisse einer jeden Seite der einen zu einer jeden Seite der anderen Figur gegeben.

LXXVIII. Ist das Verhältnis einer Figur mit angegebener Konfiguration zu einem Rechteck und das Verhältnis einer Seite des einen zu einer Seite des anderen angegeben, dann ist die Konfiguration des Rechtecks gegeben.

LXXIX. Zwei Dreiecke mit einem gleichen Winkel, bei dem einen die Senkrechte von diesem Winkel zur gegenüberliegenden Grundseite im gleichen Verhältnis zur Grundseite steht wie die entsprechende Senkrechte zur Grundseite im anderen Dreieck, sind einander gleichwinklig.

LXXX. Ist von einem Dreieck ein Winkel und das Verhältnis des Rechtecks aus den ihn einschließenden Seiten zum Quadrat über der übrigen Seite angegeben, ist die Konfiguration des Dreiecks gegeben.

LXXXI. Steht die erste von drei Strecken, die im gleichen Verhältnis stehen, zur ersten von drei anderen Strecken, die in einem gleichen Verhältnis stehen, sowie die dritte zur dritten in einem angegebenen Verhältnis, dann ist das Verhältnis der zweiten zur zweiten Strecke gegeben und steht entweder die erste oder dritte Strecke zur ersten oder dritten Strecke dreier anderen Strecken, sowie die zweite zur zweiten Strecke in einem angegebenen Verhältnis, dann ist das Verhältnis der übrigen zur übrigen Strecke gegeben.

LXXXII. Bei vier Strecken in Proportion steht die erste Strecke zu der Strecke, zu der die zweite in einem angegebenen Verhältnis steht, im gleichen Verhältnis wie die dritte zu der Strecke, zu der die vierte Strecke im gegebenen Verhältnis steht.

LXXXIII. Wenn von vier Strecken drei und eine weitere Strecke, zu der die vierte in einem angegebenen Verhältnis steht, in Proportion stehen, dann steht die vierte zur dritten Strecke im gleichen Verhältnis wie die zweite zu einer Strecke, zu der die erste im gegebenen Verhältnis steht, und die damit gegeben ist.

LXXXIV. Zwei Strecken, die einen angegebenen Winkel einschließen und eine gegebene Fläche ergeben und von denen die Größe angegeben ist, um die die größere Strecke größer als die kleinere ist, sind gegeben.

LXXXV. Zwei Strecken, die einen angegebenen Winkel einschließen und eine Fläche, von der die Größe angegeben ist, sind gegeben.

LXXXVI. Zwei Strecken, die einen angegebenen Winkel einschließen und eine angegebene Fläche ergeben, von denen das Quadrat über der einen um eine Größe, die zum Quadrat über der anderen in einem angegebenen Verhältnis steht, größer ist als das Quadrat über der anderen, sind gegeben.

LXXXVII. Die Länge der Sehne, die von einem Kreis, dessen Größe angegeben ist, einen Kreisabschnitt mit gegebenem Winkel abteilt, ist gegeben.

LXXXVIII. Der Winkel des Kreisabschnitts, der von einem Kreis, dessen Größe angegeben ist, durch eine Sehne angegebener Länge abgeteilt wird, ist gegeben.

LXXXIX. Wird von einem Punkt einer Kreislinie eines gegebenen Kreises aus eine Sehne und von deren Endpunkt die gleich lange andere Sehne gezogen, die mit der einen Sehne einen angegebenen Winkel einschließt, dann ist der Endpunkt der anderen Sehne gegeben.

XC. Liegt eine Gerade durch einen angegebenen Punkt so, dass sie einen angegebenen Kreis in einem Punkt berührt, dann ist die Länge und die Lage der Strecke zwischen den Punkten gegeben.

XCI. Ist ein Punkt außerhalb eines gegebenen Kreises angegeben, dann ist das Rechteck aus dem äußeren Abschnitt auf einer schneidenden Geraden durch diesen Punkt mit der aus dem inneren und äußeren Abschnitt zusammengesetzten Strecke gegeben.

XCII. Ist ein Punkt innerhalb eines gegebenen Kreises angegeben, dann ist das Rechteck aus den Abschnitten einer Geraden durch diesen Punkt gegeben.

XCIII. Wird der Winkel eines Kreisabschnitts eines Kreises, dessen Größe angegeben ist, über seiner angegebenen Grundseite in zwei gleiche Teile geteilt, dann ist das Verhältnis der Abschnitte auf den Geraden, die den Winkel einschließen, zusammen zur Winkelhalbierenden und ist das Rechteck aus diesen Abschnitten zusammen mit dem Abschnitt auf der Winkelhalbierenden, der dem Winkel gegenüber liegt, gegeben.

XCIV. Wird durch einen angegebenen Punkt auf dem Durchmesser eines gegebenen Kreises eine Gerade gelegt, an deren Schnittpunkt mit der Kreislinie die Senkrechte errichtet und durch deren Schnittpunkt mit der Kreislinie die Parallele zur Geraden gezogen, dann ist der Schnittpunkt dieser Parallelen mit dem Durchmesser und ist das Rechteck aus den parallelen Strecken gegeben.